

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE ECONOMIA  
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO  
MBA EM FINANÇAS E GESTÃO DE RISCO

**APLICAÇÃO DO MODELO DE MARKOWITZ NA  
SELEÇÃO DE CARTEIRAS EFICIENTES:  
UMA ANÁLISE DA RELAÇÃO ENTRE RISCO E  
RETORNO**

CAROLINA GARCIA DA FONSECA

Matrícula nº.: 110184857

ORIENTADOR: Prof. Marco Antônio C. Oliveira

SETEMBRO 2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE ECONOMIA  
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO  
MBA EM FINANÇAS E GESTÃO DE RISCO

**APLICAÇÃO DO MODELO DE MARKOWITZ NA  
SELEÇÃO DE CARTEIRAS EFICIENTES:  
UMA ANÁLISE DA RELAÇÃO ENTRE RISCO E  
RETORNO**

---

CAROLINA GARCIA DA FONSECA

Matrícula nº.: 110184857

ORIENTADOR: Prof. Marco Antônio C. Oliveira

SETEMBRO 2011

*As opiniões expressas neste trabalho são de exclusiva responsabilidade do autor*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos membros do Corpo Docente do MBA em Finanças e Gestão de Risco pelo ensino de qualidade e por todo o aprendizado proporcionado durante o curso;

Agradeço ao professor Marco Oliveira, por sua disponibilidade na orientação para a elaboração deste trabalho de conclusão de curso;

À minha família que, mesmo distante, sempre me incentivou nesta jornada.

## RESUMO

De uma forma geral, o objetivo dos investidores é a maximização do retorno dos seus ativos. No entanto, altas rentabilidades estão associadas a diferentes tipos de risco que podem levar a perdas ou obtenção de retorno bem menor do que o esperado.

Observando isto, Markowitz desenvolveu em 1952 um artigo que viria a se tornar a base da Moderna Teoria de Carteiras. Sua principal contribuição foi a introdução do conceito de diversificação do portfólio como uma forma de diminuir o risco da carteira.

O cerne do presente trabalho é analisar o *trade-off* existente entre risco e retorno e verificar, no âmbito desta relação, a eficiência de carteiras formadas com base na Teoria desenvolvida por Markowitz.

## ÍNDICE

INTRODUÇÃO .....	8
CAPÍTULO I – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	10
I.1– CONCEITOS ESTATÍSTICOS APLICADOS À GESTÃO DE CARTEIRAS. 10	
I.1.1 – Valor esperado .....	10
I.1.2 – Variância e desvio-padrão.....	10
I.1.3 – Covariância e Correlação .....	11
I.2 – CONCEITOS TEÓRICOS APLICADOS À GESTÃO DE CARTEIRAS.....	13
I.2.1 – Carteiras de investimentos.....	13
I.2.2 – Retorno esperado de Carteiras de investimentos.....	13
I.2.3 – Risco (desvio-padrão) de Carteiras de investimentos.....	14
I.3 – CONCEITOS DE RISCO.....	15
I.3.1 – Tipos de Risco .....	15
CAPÍTULO II – O MODELO DE MARKOWITZ E A TEORIA DE SELEÇÃO DE CARTEIRAS .....	18
II.1– O MODELO DE MARKOWITZ .....	18
II.2 – A FRONTEIRA EFICIENTE.....	20
CAPÍTULO III – METODOLOGIA UTILIZADA NA APLICAÇÃO DO MODELO DE MARKOWITZ NA SELEÇÃO DE CARTEIRAS EFICIENTES.....	24
III.1 – METODOLOGIA.....	24
CAPÍTULO IV – TRABALHO EMPÍRICO: FORMAÇÃO DAS CARTEIRAS SUGERIDAS PELO MODELO DE MARKOWITZ.....	30
IV.1 – ANÁLISE DE DADOS .....	30
IV.2 – RESULTADOS .....	32
CONCLUSÃO.....	36
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	38

## ÍNDICE DE FIGURAS, GRÁFICOS, QUADROS E TABELAS

Figura 2.1 - Fronteira eficiente .....	21
Figura 2.2 - Retorno esperado e risco para uma carteira com duas ações .....	22
Figura 3.1 - Utilização do MS Excel: Covariância.....	26
Figura 3.2 - Utilização do MS Excel: Solver .....	27
Gráfico 4.1 - Retornos históricos das ações de janeiro a dezembro de 2009 .....	31
Quadro 4.1 - Retornos históricos das ações de janeiro a dezembro de 2009 .....	30
Quadro 4.2 - Composição da carteira otimizada em janeiro de 2010.....	33
Tabela 3.1 – Ações consideradas.....	24
Tabela 3.2 - Rentabilidade das ações .....	25
Tabela 3.3 - Variáveis utilizadas para a otimização da carteira .....	26
Tabela 3.4 – Matriz de pesos das ações .....	28
Tabela 3.5 - Matriz de pesos das ações após a resolução do Solver.....	29
Tabela 4.1 - Matriz de covariância das ações.....	31
Tabela 4.2 - Índices antes da otimização da carteira para janeiro de 2010.....	32
Tabela 4.3 - Índices depois da otimização da carteira para janeiro de 2010.....	32
Tabela 4.4 - Comparação dos índices: carteira diversificada x ações da Localiza.....	33
Tabela 4.5 - Composição da carteira e sua rentabilidade real em 2010.....	34
Tabela 4.6 - Comparação das rentabilidades e índices entre uma carteira diversificada pelo Modelo de Markowitz, carteira com alocação uniforme entre as ações, índice Ibovespa e taxa da poupança .....	35

## INTRODUÇÃO

Devido ao aumento da interdependência dos mercados, os agentes econômicos ficam cada vez mais expostos aos inúmeros fatores de risco existentes. Estes potenciais riscos devem ser pelo menos considerados no processo de tomada de decisão já que não é possível ter alguma certeza em relação ao comportamento futuro do cenário econômico.

Neste contexto, cresce a importância e necessidade de uma eficiente gestão de riscos dos investimentos - sejam eles de qualquer natureza - a fim de se minimizar os possíveis efeitos de exposição ao risco sobre os resultados esperados.

Pode-se afirmar que, no geral, um investidor sempre busca o maior retorno possível de seu investimento, dentro de níveis de risco aceitáveis. Considerando a correlação positiva que existe entre as variáveis risco e retorno - ou seja, quando um aumenta, o outro também aumenta - quanto maior for o retorno, maior será o risco incorrido e vice-versa.

Sendo assim, um portfólio eficiente deverá conter uma combinação de ativos que tenha o máximo retorno para um certo nível de risco, ou o mínimo risco para um certo retorno. A diversificação, introduzida por Markowitz (1952) no processo de alocação dos recursos é importante para que o risco dos investimentos seja diluído de forma consistente.

O objetivo principal na administração de carteiras é alocar os ativos financeiros de modo a formar portfólios eficientes ponderando as duas variáveis; risco e retorno.

Com base nos conceitos de seleção de carteira propostos por Markowitz, no presente trabalho será desenvolvido o processo de otimização de carteiras de investimentos através da utilização de planilhas no software MS Excel.



O primeiro capítulo consiste na base teórica deste trabalho e tem por objetivo apresentar conceitos básicos para se entender o Modelo de Markowitz. O segundo capítulo traz uma breve apresentação, também teórica, da Teoria de Markowitz. No terceiro capítulo é apresentada a metodologia utilizada na aplicação prática do Modelo para se encontrar a carteira de investimentos considerada eficiente no âmbito da relação risco e retorno. No capítulo quatro são analisados os dados e resultados do trabalho empírico. Por fim, conclui-se o trabalho.

## CAPÍTULO I – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O capítulo de revisão bibliográfica apresenta referenciais importantes para se entender o Modelo de Markowitz, desenvolvido no presente trabalho. A revisão está dividida em três partes: conceitos estatísticos aplicados à gestão de carteiras, conceitos teóricos aplicados a gestão de carteiras e conceitos de risco.

### I. 1– CONCEITOS ESTATÍSTICOS APLICADOS À GESTÃO DE CARTEIRAS

#### *I. 1.1 – Valor esperado*

Essa medida representa uma média dos vários resultados esperados ponderada pela probabilidade atribuída a cada um destes valores, sendo seu cálculo processado pela multiplicação das diversas estimativas pelas respectivas porcentagens (probabilidades de ocorrência) associadas. (ASSAF NETO, 2008).

Matematicamente é expresso da seguinte forma:

$$E(x) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

Onde:

$E(x)$ : Retorno (valor) esperado;

$x_i$ : Valor de cada resultado considerado;

$p_i$ : Probabilidade de ocorrência de cada resultado.

#### *I. 1.2 – Variância e desvio-padrão*

As medidas de dispersão indicam como os valores de um conjunto distribuem-se (dispersam) em relação a seu ponto central (média). (ASSAF NETO, 2008).

Variância e Desvio-padrão são dois exemplos de medidas de dispersão.

A variância expressa o distanciamento dos valores observados em relação à média aritmética da amostra estudada. Quanto maior a variância, mais dispersos estão os dados.

Considerando que  $\mu = E(X)$ , a variância é representada por:

$$\sigma^2 = \text{var}(X) = E((X - \mu)^2)$$

Ou seja, é o valor esperado do quadrado do desvio de  $X$  em relação à sua própria média.

O desvio padrão ( $\sigma$ ) é a raiz quadrada da variância. É dado por:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

### *I. 1.3 – Covariância e Correlação*

Covariância e Correlação são medidas que relacionam duas variáveis.

A covariância tem por objetivo identificar de que forma certos valores se inter-relacionam. É basicamente uma medida que avalia como as variáveis  $X$  e  $Y$  movimentam-se ao mesmo tempo em relação a seus valores médios (covariam). Ou ainda, mostra a simetria existente entre  $X$  e  $Y$ . (ASSAF NETO, 2008)

A covariância de  $X$  e  $Y$  pode ser verificada pela fórmula abaixo:

$$\text{COV}(x_1, x_2) = \sigma_{12} = E(x_1, x_2) - \bar{x}_1 * \bar{x}_2$$

Quando dois ativos são diretamente relacionados, a covariância existente entre eles é dita positiva ( $\text{COV} > 0$ ). Isto significa que se comportam da mesma forma. Por exemplo, se o ativo  $X$  se valoriza, o ativo  $Y$  também segue esta tendência de valorização.

Diz-se que a covariância é nula ( $\text{COV} = 0$ ) quando não há nenhuma relação entre os ativos.

A covariância negativa ( $COV < 0$ ) é verificada quando a associação entre os ativos ocorre de maneira inversa. Por exemplo, se o ativo X se desvaloriza, o ativo Y irá se valorizar. Sendo assim, na composição de uma carteira de ações, ativos com covariância negativa tendem a reduzir o risco da carteira.

O conceito de correlação visa explicar o grau de relacionamento verificado no comportamento de duas ou mais variáveis. (ASSAF NETO, 2008).

A correlação entre duas variáveis mostra a maneira como elas se movimentam simultaneamente e pode ser medida através do coeficiente de correlação, que varia de menos um a mais um ( $-1 < CORR_{x,y} < +1$ ). É expressa através da covariância das variáveis e seus respectivos desvios-padrões, como pode ser visto na fórmula abaixo.

$$\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1 \sigma_2}$$

Se as variáveis apresentam comportamentos independentes, ou seja, não se relacionam entre si, são não correlacionadas e o coeficiente de correlação é igual a zero ( $CORR_{x,y} = 0$ ).

Quando o coeficiente de correlação é igual a um ( $CORR_{x,y} = +1$ ), as variáveis são perfeitamente correlacionadas. Ou seja, o comportamento de X é diretamente proporcional ao de Y. Se X aumenta, Y segue a mesma tendência de aumento, e vice-versa. Se o coeficiente de correlação estiver entre zero e um ( $0 < CORR_{x,y} < 1$ ), diz-se que as variáveis são positivamente correlacionadas e a variação delas ocorre no mesmo sentido mas não na mesma proporção.

A situação contrária ocorre ao se verificar que o coeficiente de correlação é igual a menos um ( $CORR_{x,y} = -1$ ). Neste caso, X se movimenta de uma forma inversamente proporcional a Y. Ao mesmo tempo em que Y apresentar uma queda, X fará o movimento inverso, de aumento. Quando o coeficiente de correlação está entre zero e menos um ( $-1 < CORR_{x,y} < 0$ ), as variáveis são negativamente correlacionadas e sua variação se dá de forma contrária, mas não perfeitamente negativa.

## I. 2 – CONCEITOS TEÓRICOS APLICADOS À GESTÃO DE CARTEIRAS

### I. 2.1 – Carteiras de investimentos

Uma carteira de investimentos é um grupo de ativos<sup>1</sup> pertencente a um investidor. A escolha de investimento através de uma carteira ao invés de um ativo individual se dá principalmente pela possibilidade de diversificação dos ativos e conseqüentemente, diminuição do risco (desvio-padrão).

Como a carteira é formada por mais de um ativo, podem ser encontradas inúmeras composições de carteiras; cada uma com um certo retorno esperado e nível de risco diferente uma das outras.

Uma carteira otimizada é aquela cuja alocação percentual dos ativos disponíveis apresente o menor risco e maior retorno possíveis.

### I. 2.2 – Retorno esperado de Carteiras de investimentos

O retorno esperado de uma carteira é quanto se espera obter de retorno com este investimento.

A taxa de retorno esperada da carteira é encontrada através do somatório da multiplicação dos valores esperados das taxas de retorno de cada componente pela sua respectiva participação na composição da carteira.

Considerando que  $i$  é o ativo da carteira,  $w_i$  o peso do ativo e  $E(r_i)$  seu retorno esperado, o retorno esperado da carteira é representado pela seguinte fórmula:

$$E(R) = w_1E(r_1) + w_2E(r_2) + \dots + w_nE(r_n)$$

---

<sup>1</sup> Estes ativos podem ser ações, fundos, títulos públicos, debêntures, aplicações imobiliárias, entre outros.

### I. 2.3 – Risco (desvio-padrão) de Carteiras de investimentos

As tomadas de decisão em relação a investimentos são tomadas em um ambiente de incerteza em relação ao futuro já que os agentes não têm como prever o resultado das operações do mercado financeiro. Sendo assim, é de extrema importância que a variável incerteza seja considerada nestes processos de tomada de decisão.

Segundo Assaf Neto (2008), sempre que existir uma associação entre incerteza e verificação de determinado evento que possa ser mensurada através de uma distribuição probabilística dos diversos resultados previstos, diz-se que a decisão está sendo tomada sob uma situação de risco. Sob este contexto, pode-se dizer que o risco é uma medida de incerteza de uma decisão mediante o conhecimento das probabilidades associadas à ocorrência de determinados resultados ou valores.

O risco pode ser quantificado através do uso do desvio padrão ( $\sigma$ ), que representa a divergência dos resultados em função do retorno esperado.

Através da combinação de três fatores (o desvio-padrão de cada ativo que compõe a carteira, o peso de cada componente e as correlações entre eles) pode-se encontrar o risco de uma carteira de ativos. Quanto menor a correlação entre eles, menor é o risco total da carteira. O desvio-padrão da carteira com um número  $n$  de ativos é dado pela fórmula abaixo (ASSAF NETO, 2008):

$$\sigma_{portfolio} = \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \rho_{i,j} \sigma_i \sigma_j \right]^{\frac{1}{2}}$$

O retorno e o risco esperados tendem a apresentar uma correlação positiva, ou seja, quanto maior o risco, maior o retorno. Desta forma, um agente racional, na escolha de alternativas de investimento, sempre escolherá aquela que, para um mesmo retorno, apresente o menor desvio padrão.

### I. 3 – CONCEITOS DE RISCO

O risco pode ser conceituado da seguinte maneira, de acordo com Assaf Neto (2008):

“A idéia de risco, de forma mais específica, está diretamente associada às probabilidades de ocorrência de determinados resultados em relação a um valor médio esperado. É um conceito voltado para o futuro, revelando uma possibilidade de perda.” (p. 207)

O risco total de um ativo é composto pelo seu risco de sistemático (ou risco de mercado) e não sistemático (também chamado de específico). Os riscos sistemáticos se difundem por toda a economia e por isso afetam o mercado como um todo. Já os riscos não sistemáticos são específicos a determinado ativo isolado ou a pequeno grupo de ativos.

#### *I. 3.1 – Tipos de Risco*

Considerando que o risco é uma probabilidade e que não pode ser totalmente eliminado, pelo menos é desejável que seja minimizado. Neste contexto, é de extrema importância que exista uma eficiente gestão de risco nas empresas e instituições financeiras a fim de que se atinjam os objetivos estabelecidos.

De acordo com Assaf Neto (2008), os principais riscos financeiros podem ser classificados da seguinte maneira:

- (a) Risco de variação das taxas de juros: ocorre quando a empresa possui ativo (aplicações) e passivo (captações) com prazos diferentes; ou seja, estão descasados. Neste caso, a perda financeira se daria em um cenário em que o passivo vence sem que se tenha recebido o capital aplicado (ativo), sendo então necessário tomar uma nova dívida para pagar a que está vencendo a uma taxa maior que a remuneração do ativo corrente.
- (b) Risco de crédito: está relacionado à possibilidade de perda quando o tomador do empréstimo torna-se inadimplente. Ou seja, as perdas representam os

recursos que não mais serão recebidos. Este ainda pode ser dividido em subgrupos:

(b.1) Risco soberano: envolve aspectos políticos, econômicos e regulatórios do país no qual se situa o devedor.

(b.2) Risco político: diz respeito à possibilidade de que o governo do país em questão tome medidas que possam afetar os investimentos realizados; como desapropriação ou nacionalização de ativos, calotes em contratos de fornecimento de produtos ou serviços, golpe de Estado, terrorismo ou até mesmo uma guerra civil.

(b.3) Risco da falta de pagamento: ocorre quando uma das partes do contrato não honra seus compromissos.

(c) Risco de Mercado: está relacionado a possíveis perdas que podem vir a ocorrer graças ao comportamento inesperado das taxas de juros, de câmbio, índices de inflação, preço das commodities. Ou seja, este tipo de risco vai depender das mudanças nos preços dos ativos diante das condições de mercado.

(d) Risco operacional: representa a possibilidade de ocorrência de perda decorrente de erros humanos, falhas gerenciais ou nos sistemas de informação e computadores, deficiência dos processos internos, fraudes, etc.

(e) Risco de câmbio: causado pelo descasamento da posição do ativo e passivo indexado a moedas estrangeiras.

(f) Risco de liquidez: está diretamente relacionado com a facilidade de resgatar ou transferir um ativo. Ou ainda, a disponibilidade de caixa diante de uma demanda do titular do passivo.



(g) Risco legal: está vinculado a possíveis perdas quando um contrato não pode ser executado por não ser legalmente amparado ou pela falta de padronização jurídica nas negociações internacionais, por exemplo.

Existem ainda outros tipos de risco além dos descritos acima que estão presentes nas intermediações financeiras.

## **CAPÍTULO II – O MODELO DE MARKOWITZ E A TEORIA DE SELEÇÃO DE CARTEIRAS**

Neste segundo capítulo será apresentado, de uma forma geral, o Modelo de Markowitz, que deu origem à Teoria Moderna de Seleção de Carteiras.

### **II. 1– O MODELO DE MARKOWITZ**

A Teoria Moderna de Seleção de Carteiras explica como investidores racionais irão usar o princípio da diversificação do seu investimento no processo de otimização das suas carteiras e como um ativo arriscado deve ser precificado.

A base desta teoria foi o artigo “Portfolio Selection”, publicado em 1952 por Harry Markowitz.

A idéia predominante na época em que foi publicado este artigo era que se devia investir naqueles ativos que apresentavam os maiores retornos. Porém, Markowitz observou que, ao se concentrar o capital em um único ativo - o mais rentável - ao mesmo tempo em que se pode ganhar muito, pode-se perder tudo; ou seja, existe um risco e este deve ser considerado no processo decisório. Neste contexto, ele foi pioneiro ao apresentar o conceito de risco como uma característica fundamental de uma carteira de investimento, e não apenas o retorno, como vinha sendo feito. Para ele, uma carteira de ações que maximiza o retorno esperado e minimiza o risco incorrido deve ser a carteira recomendada para um investidor.

Segundo Markowitz (1952):

“Na tentativa de reduzir a variância, investir em diversos ativos não é o suficiente. É preciso evitar que o investimento seja feito em ativos com alta covariância entre si. Devemos diversificar entre indústrias, especialmente indústrias com diferentes características econômicas, porque empresas de diferentes indústrias tem covariâncias menores que empresas da mesma indústria.” (p.89)

Em seu estudo, Markowitz mostra que a forma de minimizar o risco total de uma carteira é através da diversificação dos ativos e da existência de baixa correlação entre estes ativos.

É importante ressaltar que Markowitz (1952) considerou alguns pressupostos em seu modelo. São eles:

a) Os investidores aceitariam os valores de retornos de cada ativo, de acordo com a distribuição de probabilidade de seus retornos;

b) Os investidores avaliariam as carteiras apenas com base no retorno esperado e no desvio padrão dos retornos sobre o horizonte de tempo de um período;

c) Não são considerados custos de transação e impostos;

d) Para certa taxa de retorno, os investidores tenderiam a minimizar o risco do investimento;

d) Para um dado nível de risco, os investidores tenderiam a maximizar o retorno do investimento;

e) Existe uma taxa livre de risco na qual os investidores podem aplicar ou captar recursos;

f) Os ativos seriam infinitamente divisíveis, podendo assim comprar qualquer valor de ações, e não somente múltiplos do valor mínimo negociado.

O método desenvolvido por Markowitz é um modelo matemático que faz infinitas combinações de ações de uma carteira e os percentuais que devem ser investidos em cada uma delas para que se obtenha o melhor resultado possível.

Vale ressaltar que não existe um único “melhor resultado possível de combinação de ativos” já que os perfis dos investidores podem ser completamente diferentes em relação a preferências de risco e retorno assumidos. A carteira ótima é aquela que para a taxa de risco aceitável pelo investidor apresentar o maior retorno possível ou ainda, aquela que para um dado retorno minimize o risco.

As equações seguintes representam o modelo básico de Markowitz:

$$E = \sum_{i=1}^n X_i \mu_i$$

$$V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

$$X_i \geq 0$$

Onde:

E: Retorno esperado da carteira;

V: Variância da carteira;

$X_i$ : Participação de cada ativo;

$\mu_i$ : Retorno esperado de cada ativo;

$\sigma_{ij}$ : Covariância entre o par de ativos se (i) diferente (j) e variância se (i) igual a (j).

Uma das principais contribuições do estudo de Markowitz – que é amplamente utilizado até os dias de hoje - foi a introdução do conceito de diversificação dos ativos como forma de diluir risco. Ele provou que “não se deve carregar todos os ovos na mesma cesta”.

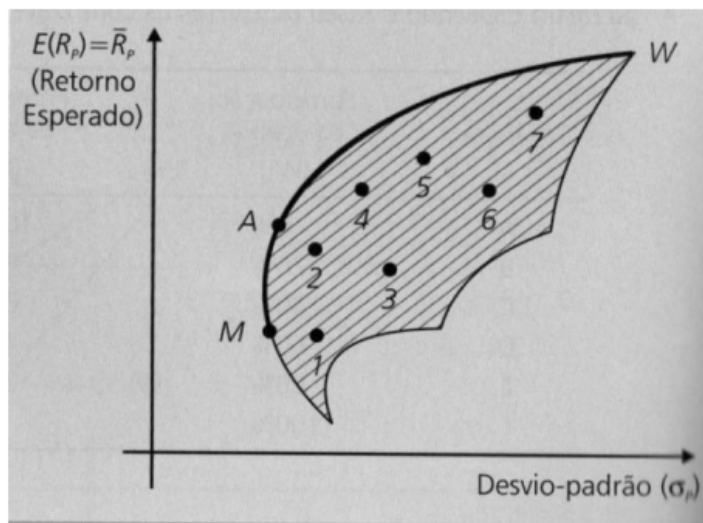
## II. 2 – A FRONTEIRA EFICIENTE

Segundo Markowitz (1959), “o objetivo da análise de portfólios é encontrar as carteiras que melhor se adequam aos objetivos do investidor”.

Um investidor racional tem como objetivo a maximização do retorno no seu investimento combinado ao menor risco que se possa obter para atingi-lo. Ou seja, para um dado nível fixo de risco, os investidores buscariam o retorno máximo. Inúmeras carteiras podem ser formadas através da diferente alocação dos ativos. A linha das carteiras que apresentam o máximo retorno para um determinado nível de risco foi definida por Markowitz como fronteira eficiente.

De acordo com ASSAF NETO (2008), na fronteira eficiente "é possível seleccionar uma carteira que apresenta, para um determinado retorno, o menor risco possível".

**Figura 2.1 – Fronteira Eficiente**



Fonte: ASSAF NETO, 2008, página 228.

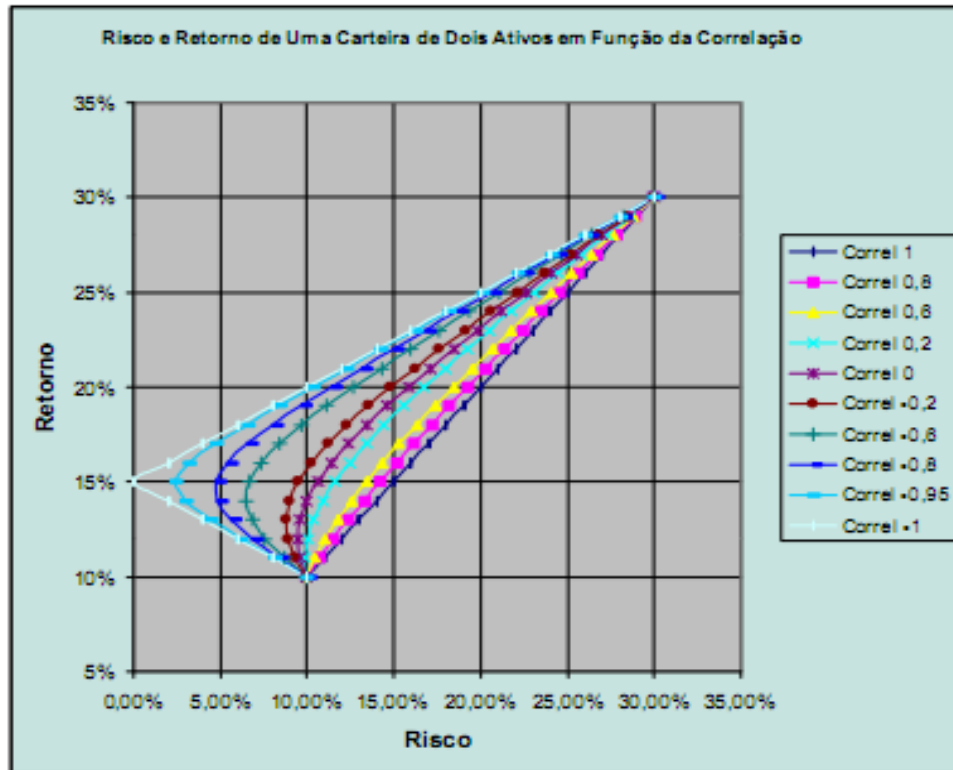
A fronteira eficiente está indicada na figura 2.1 pelo segmento que liga os pontos M e W. Ela se inicia no ponto M, onde está situada a carteira de risco mínimo, ou seja, de todos os pontos entre M e W, em M está a carteira com o menor risco.

Considerando a relação risco e retorno, as carteiras sobre esses pontos são consideradas as mais eficientes. Já os pontos indicados pelos números 1 ao 7, representam carteiras não-eficientes, pois para um mesmo nível de risco do ponto 7, por exemplo, é possível se obter um retorno maior através da carteira situada na fronteira

eficiente. Sendo assim, pode-se afirmar que carteiras situadas à direita da fronteira apresentam um risco desnecessário para o retorno que proporcionam.

Na fronteira eficiente ilustrada abaixo (figura 2.2), fica mais fácil visualizar esta relação de risco e retorno em função da correlação.

**Figura 2.2 – Retorno esperado e risco para uma carteira com duas ações**



Fonte: Gonçalves Junior, Montevechi e Pamplona, 2002.

Quando a correlação entre os ativos é 1, eles possuem uma relação direta entre si e portanto reagem da mesma forma ao mercado; neste caso, não há diminuição do risco. Isto porque quando um aumenta, o outro também aumenta e quando um cai, o outro também; ou seja, possuem o mesmo comportamento. Neste caso, o risco é muito alto, pois ao mesmo tempo em que a carteira pode ter um retorno imenso caso todos os ativos se valorizem, ela também pode apresentar um prejuízo muito grande caso os ativos tenham um movimento de queda.

Já quando os ativos possuem uma relação inversa entre si, os riscos são menores. Quanto maior esta relação inversa, menor o risco, já que eles se comportam de forma contrária. Então, quando um ativo tem uma queda, o outro tem um aumento – não necessariamente na mesma proporção, isto vai depender do nível de correlação. Desta forma, a queda de um ativo é acompanhada pelo aumento do outro e mesmo que não seja totalmente compensada, pelo menos será contrabalanceada, e isto diminui os impactos da queda da carteira como um todo.

No caso da correlação perfeitamente negativa (-1), o risco pode ser reduzido à zero, mantendo um retorno esperado de 15%. Para um risco de 20%, os ativos com correlação 1 dão um retorno de 20% enquanto os ativos com correlação -1 apresentam 25% de retorno.

Desta forma, verifica-se que quanto menor a correlação entre os ativos que compõem uma carteira, menor o risco que ela pode apresentar.

### CAPÍTULO III – METODOLOGIA UTILIZADA NA APLICAÇÃO DO MODELO DE MARKOWITZ NA SELEÇÃO DE CARTEIRAS EFICIENTES

Neste capítulo é apresentada a metodologia que foi usada na aplicação empírica do Modelo de Markowitz para montar uma carteira eficiente no sentido da relação risco e retorno. O desenvolvimento foi feito com base no artigo desenvolvido por Figueiredo et al (2000).

#### III. 1 – METODOLOGIA

Para a realização da análise foram coletados dados dos retornos mensais de 10 grandes empresas de diversos setores que compõem o Índice BOVESPA (IBOVESPA) referentes ao período de janeiro de 2009 a dezembro de 2010.

As dez ações analisadas, seus códigos e respectivos setores estão relacionados na tabela 3.1.

**Tabela 3.1 - Ações consideradas**

EMPRESA	CÓDIGOS DE NEGOCIAÇÃO	Classificação Setorial:
NATURA COSMÉTICOS S.A.	NATU3	Consumo não Cíclico / Produtos de Uso Pessoal e de Limpeza / Produtos de Uso Pessoal
PETROBRAS	PETR4	Petróleo, Gás e Biocombustíveis / Petróleo, Gás e Biocombustíveis / Exploração e/ou Refino
GERDAU S.A.	GGBR4	Materiais Básicos / Siderurgia e Metalurgia / Siderurgia
VALE S.A.	Vale5	Materiais Básicos / Mineração / Minerais Metálicos
CIA SANEAMENTO BÁSICO EST SAO PAULO	SBSB3	Utilidade Pública / Água e Saneamento / Água e Saneamento
BRASIL TELECOM S.A.	BRTO4	Telecomunicações / Telefonia Fixa / Telefonia Fixa
LOCALIZA RENT A CAR S.A.	RENT3	Consumo Cíclico / Diversos / Aluguel de carros
NET SERVIÇOS DE COMUNICAÇÃO S.A.	NETC4	Consumo Cíclico / Mídia / Televisão por Assinatura
USIMINAS	USIM5	Materiais Básicos / Siderurgia e Metalurgia / Siderurgia
BRASKEM S.A.	BRKM5	Materiais Básicos / Químicos / Petroquímicos

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados coletados no site da BMF.

Como em Figueiredo et al (2000), foi considerado um intervalo de tempo de 12 meses para a formação das 12 carteiras. A primeira carteira, para o mês de janeiro de 2010, foi construída com base nos dados dos retornos das 10 ações listadas na tabela 3.1 do período de janeiro de 2009 a dezembro de 2009. Para a segunda carteira, data de fevereiro de 2010, foram excluídos os dados de janeiro de 2009 e incluídos os de janeiro de 2010. De forma análoga foram construídas as demais carteiras.

As rentabilidades reais das ações selecionadas estão representadas na tabela 3.2:



**Tabela 3.2 - Rentabilidade das ações**

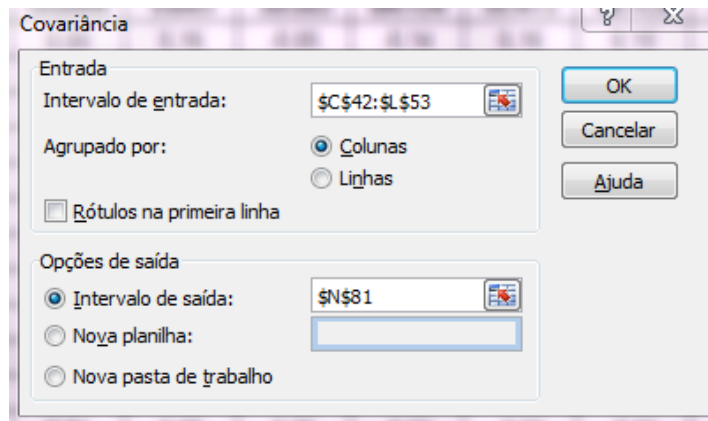
Mês	Ano	NATU3	PETR4	GGBR4	Vale5	SBSB3	BRTO4	RENT3	NETC4	USIM5	BRKM5
Jan	2009	0,05	0,10	0,00	0,17	-0,05	-0,13	0,17	0,11	0,07	0,03
Fev	2009	0,09	0,05	-0,16	-0,04	-0,09	-0,02	-0,02	0,03	-0,10	-0,06
Mar	2009	0,04	0,08	0,02	0,00	0,07	0,10	0,01	0,13	0,14	-0,11
Abr	2009	0,15	0,03	0,22	0,14	0,21	0,05	0,21	0,05	0,09	0,28
Mai	2009	0,00	0,17	0,31	0,07	0,04	0,03	0,26	0,11	0,23	0,16
Jun	2009	0,00	-0,06	-0,01	-0,08	-0,10	-0,07	-0,02	-0,04	0,05	0,00
Jul	2009	0,06	-0,03	0,07	0,09	0,08	0,03	0,25	0,00	0,06	0,16
Ago	2009	0,11	0,00	0,01	0,02	0,11	0,02	0,11	0,04	0,00	0,26
Set	2009	0,05	0,12	0,08	0,11	-0,02	0,15	0,05	0,04	0,05	0,08
Out	2009	-0,01	0,00	0,11	0,08	-0,02	-0,04	0,04	0,07	-0,02	0,04
Nov	2009	0,06	0,11	0,07	0,07	-0,02	0,13	0,06	0,10	0,11	-0,02
Dez	2009	0,08	-0,06	0,04	0,00	0,05	-0,01	-0,01	-0,01	-0,03	0,22
Jan	2010	-0,07	-0,07	-0,14	0,00	-0,09	-0,22	0,02	-0,09	0,00	-0,06
Fev	2010	-0,02	0,01	0,04	0,05	-0,03	-0,05	0,00	0,02	0,03	-0,04
Mar	2010	0,08	0,02	0,09	0,11	0,05	-0,08	-0,05	0,05	0,10	0,02
Abr	2010	0,02	-0,04	-0,02	-0,06	0,05	-0,02	0,04	-0,12	-0,01	-0,04
Mai	2010	0,03	-0,19	-0,12	-0,08	0,05	0,07	-0,02	-0,10	-0,18	-0,14
Jun	2010	0,06	-0,03	-0,06	-0,12	0,07	0,02	0,10	-0,08	0,05	0,16
Jul	2010	0,07	0,04	0,08	0,13	-0,06	-0,04	0,16	0,11	0,03	0,05
Ago	2010	-0,01	-0,06	-0,02	-0,03	-0,05	-0,04	0,01	0,18	-0,11	0,17
Set	2010	0,08	0,05	-0,08	0,12	0,13	0,00	0,16	-0,01	0,02	0,11
Out	2010	0,07	-0,05	-0,03	0,03	0,01	0,13	-0,01	0,04	-0,53	0,02
Nov	2010	-0,05	-0,05	-0,03	0,01	0,00	-0,05	0,00	0,00	-0,12	0,04
Dez	2010	0,03	0,05	0,06	0,01	0,17	0,04	-0,04	-0,01	0,01	0,12

Fonte: Elaboração própria a partir de cálculos feitos com dados coletados no site da BMF.

As variáveis utilizadas no estudo para se chegar à melhor combinação de ações que minimiza o risco da carteira para um dado retorno são as seguintes: os percentuais de alocação de cada ativo na carteira, o retorno da carteira, o risco da carteira, o retorno de cada ativo individual, suas variâncias e covariâncias.

Para se calcular a variância da carteira e desvio padrão é necessário montar as matrizes de covariância para cada intervalo de 12 meses. Isso foi feito utilizando o MS Excel através da ferramenta: Análise de Dados -> Covariância, representado da figura 3.1.

**Figura 3.1 – Utilização do MS Excel: Covariância**



Fonte: MS Excel

O intervalo de entrada a ser selecionado é a matriz das rentabilidades das ações no período analisado.

Com estes dados, através do recurso SOLVER disponível no software Excel pode-se determinar os pesos de cada ação na composição de uma carteira eficiente – mínimo risco e máximo retorno.

Na tabela 3.3 estão listadas as variáveis utilizadas:

**Tabela 3.3 – Variáveis utilizadas para a otimização da carteira**

	Carteira	
1)	Retorno Esperado	0,05
2)	Variância	0,00
3)	Desvio Padrão	0,03
4)	Risk Free	0,01
5)	IS	1,63

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados coletados no site da BMF.

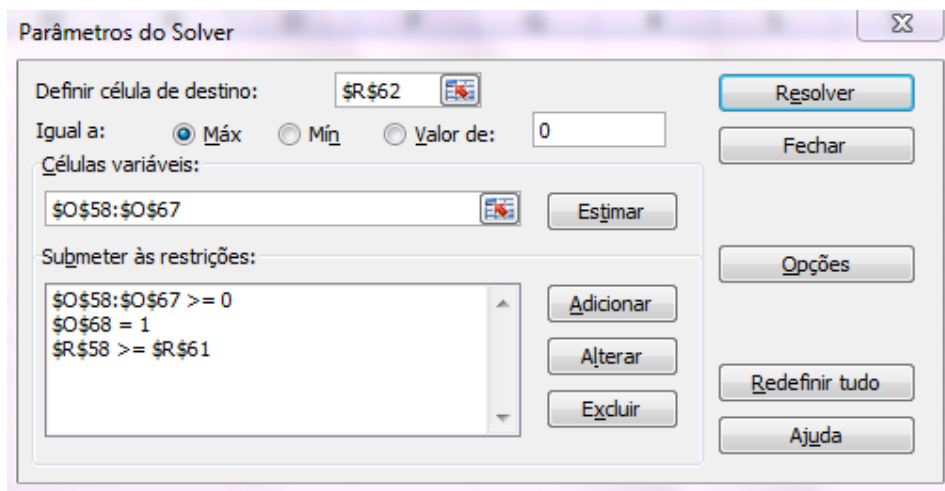
Onde:

- (1) Retorno esperado é calculado multiplicando-se o peso alocado em cada ação pela sua rentabilidade média nos 12 meses anteriores ao que se está montando a carteira.

- (2) Variância é calculada através da multiplicação de matrizes: matriz do peso alocado em cada ação pela matriz de covariância das rentabilidades das ações.
- (3) Desvio-padrão (risco) é a raiz quadrada da variância.
- (4) Risk Free representa o rendimento de um ativo considerado livre de risco. No presente trabalho, foi usada a taxa da caderneta de poupança de cada mês da análise.
- (5) IS é o índice de Sharpe, que mostra a relação risco-retorno. A fórmula matemática deste índice, fazendo referência às variáveis acima é igual a:  $((\text{Retorno esperado} - \text{Risk Free}) / \text{Desvio padrão})$ . Esta é a variável que vai ser maximizada através da ferramenta SOLVER.

A utilização do Solver está ilustrada na figura 3.2.

**Figura 3.2 – Utilização do MS Excel: Solver**



Fonte: MS Excel

A célula de destino selecionada é a representada pelo Índice de Sharpe e as células variáveis; que são as células que são modificadas através da ferramenta, são os pesos das ações.

O Solver é aplicado sobre a matriz de pesos representada na tabela 3.4.

**Tabela 3.4 – Matriz de pesos das ações**

Pesos	
<b>NATU3</b>	0,10
<b>PETR4</b>	0,10
<b>GGBR4</b>	0,10
<b>Vale5</b>	0,10
<b>SBSB3</b>	0,10
<b>BRT04</b>	0,10
<b>RENT3</b>	0,10
<b>NETC4</b>	0,10
<b>USIM5</b>	0,10
<b>BRKM5</b>	0,10

Fonte: Elaboração própria

As restrições submetidas na ferramenta foram:

- (a) Participações individuais dos ativos  $\geq 0$ ;
- (b) Soma das participações individuais = 1;

Após a resolução do Solver, a matriz de pesos é modificada; como pode ser verificado na tabela 3.5.

**Tabela 3.5 – Matriz de pesos das ações após a resolução do Solver**

Pesos	
<b>NATU3</b>	0,49
<b>PETR4</b>	0,00
<b>GGBR4</b>	0,00
<b>Vale5</b>	0,00
<b>SBSB3</b>	0,00
<b>BRTO4</b>	0,00
<b>RENT3</b>	0,02
<b>NETC4</b>	0,35
<b>USIM5</b>	0,09
<b>BRKM5</b>	0,05

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados coletados no site da BMF.

Esta matriz representa o resultado da otimização de carteira pelo modelo de Markowitz. Ou seja, com base nos dados históricos das ações, esta é a alocação entre as ações que maximiza a relação risco-retorno.

## CAPÍTULO IV – TRABALHO EMPÍRICO: ANÁLISE DAS CARTEIRAS SUGERIDAS PELO MODELO DE MARKOWITZ

Neste capítulo é feita uma análise dos dados das carteiras encontradas a partir da aplicação do Modelo de Markowitz.

### IV. 1 – ANÁLISE DE DADOS

O modelo explicado anteriormente foi replicado doze vezes, compreendendo os diferentes intervalos de tempo da análise a fim de se encontrar para cada mês de 2010 a matriz de pesos das ações que maximizasse a relação risco-retorno.

No quadro 4.1 têm-se os retornos médios das ações selecionadas para o estudo calculados através dos dados históricos destas ações no período de janeiro a dezembro de 2009.

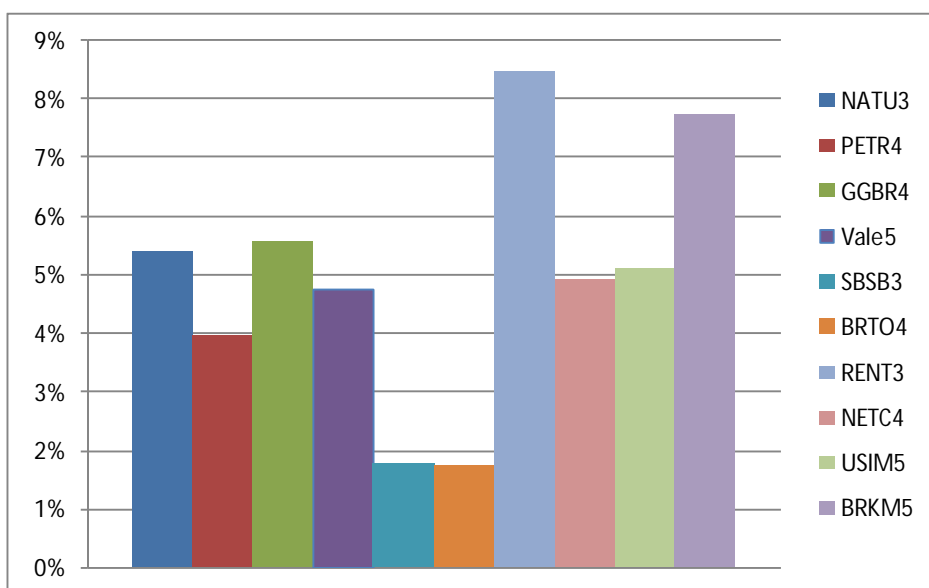
**Quadro 4.1: Retornos históricos das ações de janeiro a dezembro de 2009**

Retornos históricos de janeiro a dezembro de 2009										
Empresa	NATU3	PETR4	GGBR4	Vale5	SBSB3	BRT04	RENT3	NETC4	USIM5	BRKM5
Retorno médio	5,40%	3,94%	5,55%	4,74%	1,78%	1,74%	8,47%	4,93%	5,11%	7,76%

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados coletados no site da BMF.

No gráfico 4.1 estão ilustrados estes dados, onde fica mais visível que a ação da Localiza (RENT3) foi a que apresentou maior retorno médio no ano.

**Gráfico 4.1: Retornos históricos das ações de janeiro a dezembro de 2009**



Fonte: Elaboração própria a partir dos dados coletados no site da BMF.

Olhando este gráfico, o investidor poderia ser induzido então a alocar todo o seu capital nesta ação em janeiro de 2010. Porém, ao se fazer, isto, o fator risco não é considerado.

Para o cálculo do risco, determina-se a Matriz de Covariância das ações, como pode ser visto na tabela 4.1.

**Tabela 4.1 – Matriz de covariância das ações**

Matriz de Covariâncias										
jan/10	NATU3	PETR4	GGBR4	Vale5	SBSB3	BRTO4	RENT3	NETC4	USIM5	BRKM5
NATU3	0,001891	-0,000365	-0,000836	0,000437	0,002000	0,000744	0,000379	-0,000227	-0,000984	0,002148
PETR4	-0,000365	0,004514	0,002159	0,002166	-0,000335	0,002078	0,001870	0,002608	0,002866	-0,002101
GGBR4	-0,000836	0,002159	0,011033	0,003755	0,004671	0,002359	0,006238	0,001490	0,006019	0,006060
Vale5	0,000437	0,002166	0,003755	0,004803	0,002081	0,000521	0,004354	0,001619	0,001964	0,002451
SBSB3	0,002000	-0,000335	0,004671	0,002081	0,006660	0,002316	0,003939	0,000596	0,001991	0,006164
BRTO4	0,000744	0,002078	0,002359	0,000521	0,002316	0,005932	0,000099	0,000933	0,002123	-0,000125
RENT3	0,000379	0,001870	0,006238	0,004354	0,003939	0,000099	0,008184	0,001265	0,004047	0,005407
NETC4	-0,000227	0,002608	0,001490	0,001619	0,000596	0,000933	0,001265	0,002283	0,001946	-0,001601
USIM5	-0,000984	0,002866	0,006019	0,001964	0,001991	0,002123	0,004047	0,001946	0,006062	0,000314
BRKM5	0,002148	-0,002101	0,006060	0,002451	0,006164	-0,000125	0,005407	-0,001601	0,000314	0,012545

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados coletados no site da BMF.

Através da Matriz de Covariância das ações e dos pesos alocados em cada uma delas, pode-se identificar a variância de cada uma das ações. No estudo, foram considerados pesos uniformes (10%) em cada ação.

A carteira formada a partir destes dados apresenta os índices da tabela 4.2.

**Tabela 4.2 – Índices antes da otimização da carteira para janeiro de 2010**

Carteira		
1)	Retorno Esperado	0,05
2)	Variância	0,00
3)	Desvio Padrão	0,05
4)	Risk Free	0,01
5)	IS	0,90

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados coletados no site da BMF.

Depois da utilização da ferramenta SOLVER, para a otimização da carteira, encontra-se um resultado diferente, que pode ser verificado na tabela 4.3.

**Tabela 4.3 – Índices depois da otimização da carteira para janeiro de 2010**

Carteira		
1)	Retorno Esperado	0,05
2)	Variância	0,00
3)	Desvio Padrão	0,03
4)	Risk Free	0,01
5)	IS	1,63

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados coletados no site da BMF.

Ou seja, para um mesmo retorno esperado (5%), com a alocação uniforme da carteira o risco é de 5% ao passo que a carteira otimizada pelo modelo de Markowitz reduz o risco para 3%.

#### IV. 2 – RESULTADOS

O resultado da aplicação do modelo de Markowitz para a otimização da composição da carteira para janeiro de 2010 pode ser visto no quadro 4.2:



#### Quadro 4.2: Composição da carteira otimizada em janeiro de 2010

	NATU3	PETR4	GGBR4	Vale5	SBSB3	BRT04	RENT3	NETC4	USIM5	BRKM5
jan/10	0,49	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,35	0,09	0,05

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados coletados no site da BMF.

Isto significa que em janeiro de 2010 49% do capital será alocado na NATU3, 2% na RENT3, 35% na NETC4, 9% na USIM5 e 5% na BRKM5. Vale ressaltar que, para se chegar a estes percentuais, os dados históricos das variáveis inseridas no SOLVER são referentes aos 12 meses anteriores ao mês que se está fazendo a alocação dos recursos, neste caso, janeiro de 2010

Fazendo uma comparação, na tabela 4.4 estão calculados para o período de janeiro de 2010 os Índices de Sharpe para a carteira diversificada pelo método de Markowitz e para a carteira composta somente pelas ações da Localiza (RENT3), que foi a que apresentou o maior retorno médio no ano de 2009. Pode-se ver claramente através do IS que a carteira diversificada pelo método de Markowitz é mais eficiente na relação risco-retorno.

**Tabela 4.4 – Comparação dos índices: carteira diversificada x ações da Localiza.**

		Markowitz	RENT3
1)	Retorno Esperado	0,05	0,08
2)	Variância	0,00	0,01
3)	Desvio Padrão	0,03	0,09
4)	Risk Free	0,01	0,01
5)	IS	1,63	0,84

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados coletados no site da BMF.

A composição da carteira e sua respectiva rentabilidade mensal em 2010 através da aplicação do Modelo de Markowitz está representada na tabela 4.5.

**Tabela 4.5 – Composição da carteira e sua rentabilidade real em 2010.**

Composição da carteira											
	NATU3	PETR4	GGBR4	Vale5	SBSB3	BRTO4	RENT3	NETC4	USIM5	BRKM5	Total
jan/10	48,79%						1,99%	34,96%	8,78%	5,48%	100,00%
fev/10	57,16%						24,01%		18,82%		100,00%
mar/10	4,76%			21,46%					54,12%	19,66%	100,00%
abr/10				32,98%					40,62%	26,40%	100,00%
mai/10	29,45%			10,72%			12,63%		35,73%	11,46%	100,00%
jun/10	14,80%						23,97%		51,18%	10,06%	100,00%
jul/10	58,79%			8,12%			33,10%				100,00%
ago/10	51,33%			7,68%			40,99%				100,00%
set/10	48,22%			3,44%			45,31%			3,03%	100,00%
out/10	52,42%						45,46%			2,12%	100,00%
nov/10	70,87%						29,13%				100,00%
dez/10	48,65%						38,53%			12,82%	100,00%

Rentabilidade da carteira											
	NATU3	PETR4	GGBR4	Vale5	SBSB3	BRTO4	RENT3	NETC4	USIM5	BRKM5	Total
jan/10	-3,29%						0,04%	-3,36%	-0,03%	-0,33%	-6,97%
fev/10	-1,09%						-0,05%		0,64%		-0,50%
mar/10	0,38%			2,33%					5,20%	0,47%	8,39%
abr/10				-2,07%					-0,28%	-1,07%	-3,43%
mai/10	0,79%			-0,88%			-0,26%		-7,18%	-1,75%	-9,28%
jun/10	0,80%						2,22%		2,41%	1,50%	6,92%
jul/10	4,05%			0,96%			4,94%				9,94%
ago/10	-0,66%			-0,23%			0,30%				-0,59%
set/10	3,52%			0,38%			6,77%			0,32%	10,99%
out/10	3,56%						-0,48%			0,03%	3,11%
nov/10	-3,92%						0,01%				-3,91%
dez/10	1,67%						-1,76%			1,45%	1,36%

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados coletados no site da BMF com base no artigo de Figueiredo et al (2000).

Analisando os números acima, percebe-se que nem sempre a carteira teve uma rentabilidade positiva. Porém, o ponto é que as rentabilidades poderiam ser piores ainda caso os recursos fossem alocados de outra forma.

Deve-se entender que, este é o melhor resultado possível considerando as ações escolhidas e seus preços reais. Isto pode ser comprovado com os dados na tabela 4.6.

**Tabela 4.6 – Comparação das rentabilidades e índices entre uma carteira diversificada pelo Modelo de Markowitz, carteira com alocação uniforme entre as ações, índice Ibovespa e taxa da poupança.**

<b>Rentabilidades mensais</b>				
	<b>Markowitz</b>	<b>Alocação 10%</b>	<b>IBOVESPA</b>	<b>Poupança</b>
<b>jan/10</b>	-6,9690%	-7,5997%	0,5178%	0,5000%
<b>fev/10</b>	-0,4952%	0,1931%	-4,0783%	0,5000%
<b>mar/10</b>	8,3903%	3,8579%	4,8350%	0,5796%
<b>abr/10</b>	-3,4255%	-2,1634%	1,0069%	0,5000%
<b>mai/10</b>	-9,2759%	-7,4885%	-10,7826%	0,5513%
<b>jun/10</b>	6,9241%	1,3377%	1,2927%	0,5592%
<b>jul/10</b>	9,9426%	5,2467%	0,8591%	0,6157%
<b>ago/10</b>	-0,5873%	-0,1573%	3,9485%	0,5914%
<b>set/10</b>	10,9872%	5,3995%	1,6865%	0,5706%
<b>out/10</b>	3,1126%	-5,7083%	4,1235%	0,5474%
<b>nov/10</b>	-3,9086%	-2,6887%	-0,2287%	0,5338%
<b>dez/10</b>	1,3581%	4,1322%	-2,6586%	0,6413%
<b>Retorno médio</b>	1,3378%	-0,4699%	0,0435%	0,5575%
<b>Desvio-Padrão</b>	6,6755%	4,7307%	4,2906%	0,0456%
<b>Retorno acumulado</b>	14,5140%	-6,6737%	-0,5296%	6,8992%
<b>Índice de Sharpe</b>	0,12	-0,22	-0,12	0,00

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados coletados no site da BMF com base no artigo de Figueiredo et al (2000).

É importante notar que o IS para a poupança é zero pois no presente estudo o ativo livre de risco utilizado foi a poupança.

Em 2010, tanto o retorno médio, o acumulado e o IS da carteira otimizada pelo método de Markowitz foram maiores que os das outras três carteiras: 1) formada pela alocação uniforme entre as ações; 2) composta pelo índice IBOVESPA 3) alocação na caderneta poupança.

Isto confirma que, no período analisado no estudo, a otimização através do Modelo de Markowitz é eficaz no sentido de minimizar o risco para um dado retorno esperado.

## CONCLUSÃO

Na análise realizada foi testado o Modelo de Teoria das Carteiras concebido por Markowitz com o objetivo central de verificar a eficiência do modelo no processo de seleção de carteiras de investimentos ótimas sob o ponto de vista da relação risco e retorno.

Primeiramente foram construídas duas carteiras: uma com uma distribuição uniforme dos recursos disponíveis, isto é, alocação de 10% em cada umas das dez ações utilizadas na análise e outra tentando-se formar a carteira de fronteira eficiente, ou seja, minimizando o risco e maximizando o retorno através de uma alocação que leva em consideração a correlação existente entre os componentes da carteira. Com a utilização da ferramenta Solver no MS Excel conseguiu-se gerar a carteira de fronteira eficiente conforme desejado.

Ao se comparar estas duas carteiras, verifica-se a obtenção de resultados melhores (maior retorno, menor risco, maior Índice de Sharpe) com a carteira de fronteira eficiente.

Fazendo uma comparação desta carteira eficiente com a ação RENT3, que apresentou o maior retorno médio no ano de 2009, nota-se que tanto a rentabilidade quanto o risco das ações da Localiza (RENT3) foram maiores que a da carteira ótima. O resultado encontrado do Índice de Sharpe, maior para a carteira ótima, mostra que a melhor combinação entre risco e retorno é o da carteira ótima. Ou seja, o retorno maior da RENT3 não é compensado pelo seu alto risco.

Ainda foi incluída no trabalho uma carteira do mercado, representada pelo IBOVESPA. Mais uma vez, o resultado foi favorável à carteira formada de acordo com a teoria de Markowitz.

Os resultados encontrados demonstram o mérito do desempenho da carteira gerada através do modelo Markowitz em comparação com as demais carteiras: do

mercado, representada pelo IBOVESPA, com uma carteira de alocação uniforme ou ainda, uma única ação (RENT3).

Com base no exposto anteriormente, conclui-se que para o período de tempo, tipos de ações e premissas considerados no presente trabalho de conclusão de curso, é corroborada a eficiência da aplicação do Modelo de Markowitz no processo de seleção de carteiras ótimas de investimentos.

No entanto, deve-se ressaltar que se fossem utilizados outros ativos, diferentes horizontes de tempo e pressupostos, os resultados poderiam ter sido completamente diferentes.

Inúmeros estudos poderão ser desenvolvidos utilizando-se outros modelos de análise cujos resultados podem ser mais eficientes que o encontrado através do Modelo de Markowitz, porém não foram objeto de análise ou comparação no estudo em questão.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, N.; SILVA, R.; RIBEIRO, K. **Aplicação do Modelo de Markowitz na Seleção de Carteiras Eficientes: Uma Análise de Cenários no Mercado de Capitais Brasileiro**. Uberlândia, MG, XIII Semead setembro 2010.

FIGUEIREDO, A. C. et al. **A utilização da teoria de carteiras de Markowitz e do modelo de índice único de Sharpe no mercado de ações brasileiro em 1999**. São Paulo: Resenha BM&F – nº 141, 2000.

FURLANI, E. P. **Gestão do Risco de Mercado em Operações com Derivativos no Brasil**. 2009. 41 f. Monografia (Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.

GONÇALVES JUNIOR, C.; MONTEVECHI, J. A. B.; PAMPLONA, E. O. **Seleção de carteiras através do modelo de Markowitz para pequenos investidores (com o uso de planilhas eletrônicas)**. Bauru, SP, IX Simpep outubro 2002.

MARKOWITZ, H. **Portfolio selection**. Journal of finance, v.7, p.77-91. Mar 1952.

MARKOWITZ, H. **Portfolio Selection: efficient diversification of investments**. Journal of Finance, n.7, 1959.

NETO, A. **Mercado Financeiro**. São Paulo: Atlas, 2008.

ROSS, A.; WESTERFIELD, R.; JORDAN, B. **Princípios de Administração Financeira**. São Paulo: Atlas, 2008.

### Sites consultados:

BM&FBOVESPA. Disponível em: < <http://www.bmfbovespa.com.br/>>.

HISTÓRICO DOS INDICADORES ECONÔMICOS. Disponível em:  
<<http://www.debit.com.br/consulta30.php?indice=poupanca>>.

