

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
FACULDADE DE ADMINISTRAÇÃO E CIÊNCIAS CONTÁBEIS
MBA EM FINANÇAS EMPRESARIAIS
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

TEORIA DAS CARTEIRAS:

A Inclusão da Aplicação do Bitcoin na Fronteira Eficiente no Brasil

Marco André Levy de Oliveira Menezes
matrícula nº: 118238147

Prof. Orientador: Marco Antônio Oliveira

MAIO 2019

As opiniões expressas neste trabalho são de exclusiva responsabilidade do(a) autor(a).

*Dedico este trabalho a meu avô Afonso, que tanto
contribuiu para minha formação.*

AGRADECIMENTOS

À minha mãe, Sofia Débora Levy, pelo apoio e acompanhamento constantes.

Ao Professor Marco Antônio Oliveira pela orientação, presteza, compreensão e empenho na elaboração do presente trabalho.

Aos colegas Maurício Vasconcellos e Bianca Sousa, pela colaboração na coleta e processamento de dados.

A Matheus Zaché Gonçalves pelo acompanhamento e incentivo.

Ao professor Manuel Alcino R. da Fonseca pelo meu processo de aceite no curso e a minha turma do MBA que sempre foi solícita nos momentos das aulas ao longo do curso de finanças empresariais e me auxiliaram nesta etapa.

RESUMO

O presente trabalho focaliza a inclusão de novos ativos na composição de uma carteira sob o ponto de vista do investidor brasileiro, considerando dados mensais no Brasil nos anos de 2015 a 2018. Para tanto, é proposta a utilização da Teoria das Carteiras de Harry Markowitz baseada em fundamentos estatísticos, a fim de chegar a cenários mais rentáveis com um nível de risco aceitável ao investidor. Para verificar a validade de investimento em *Bitcoins* ao longo do período, elaboramos uma carteira com ativos já conhecidos – Ibovespa, NTN-B e a Taxa Selic - definindo sua fronteira eficiente, e uma segunda carteira adicionando o comportamento recente da criptomoeda *Bitcoin*, comparando a eficiência das duas carteiras. A inclusão desta nova forma de investimento permite alcançar níveis mais elevados de retorno e risco, conseqüentemente, a partir desta inserção utilizamos o Índice de Sharpe como comparativo entre as carteiras ideais geradas pelas combinações dos ativos selecionados. Dito isto, os resultados ao final do trabalho trazem os números que podem indicar a um investidor neste período se é um risco válido a ser corrido.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	9
CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	11
2.1 – FRONTEIRA EFICIENTE: RETORNO E RISCO DE ATIVOS E CARTEIRAS.....	11
2.1.1 Retorno Esperado e Risco de Ativos Individuais.....	11
2.1.2 Retorno Esperado e Risco de Carteiras, diversificação de risco.....	13
2.1.3 A fronteira Eficiente.....	15
2.1.4 O Bitcoin.....	16
2.1.5 Trabalhos anteriores	17
CAPÍTULO 3 – METODOLOGIA.....	19
3.1 Ativos selecionados	20
CAPÍTULO 4 - APLICAÇÃO.....	22
4.1 A fronteira eficiente sem bitcoin	24
4.2 A fronteira eficiente com bitcoin.....	25
4.3 Índice de Sharpe	26
CAPÍTULO 5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	28

LISTA DE GRÁFICOS E TABELAS

- p. 15 – Figura 1: A fronteira eficiente
- p. 24 – Gráfico 1: A fronteira eficiente sem bitcoin
- p. 25 – Gráfico 2: A fronteira eficiente com bitcoin
- p. 26 – Gráfico 3: As fronteiras eficientes comparadas
- p. 26 – tabela de cálculo do Índice de Sharpe (ponto de tangente máxima sem bitcoin)
- p. 27 – tabela de cálculo do Índice de Sharpe (ponto de tangente máxima com bitcoin)
- p. 29 – tabela de cálculo de retorno do ativo
- p. 32 – tabela de cálculo do desvio-padrão, média e variância dos ativos

INTRODUÇÃO

Devido à grande variedade dos tipos de investimentos e com o crescente risco atrelado aos mesmos, ao longo dos anos foram desenvolvidos métodos de análise financeira com o objetivo de reduzir o risco para o investidor no momento da aplicação, a fim de otimizar o retorno esperado. Isto posto, a Teoria das Carteiras de Harry Max Markowitz, criada em 1952, é a manifestação desse processo de otimização do investimento, na qual as análises estatísticas nela contida fundamentam as escolhas dos tipos de investimentos.

Antes de avançarmos, é salutar destacarmos os tipos de mercados e ativos que podem compor uma carteira. Conhecidos da gestão financeira, elencamos os cinco principais: mercado de câmbio, crédito, monetário, capitais e derivativos (ASSAF NETO, 1987). O mercado de câmbio refere-se, fundamentalmente, à moeda emitida por uma nação soberana (moedas conversíveis). O mercado de crédito é ligado à captação de recursos financeiros pelos bancos e empresas não financeiras. O mercado monetário baseia-se nos títulos públicos de prazo mais curto. O mercado de capitais é onde se faz a captação de instrumentos de prazo mais longo, tais como debêntures e ativos de renda variável, dentre outros. Por fim, o mercado de derivativos – opções em particular - é onde se negociam direitos de compra e venda de ativos base.

Uma vez abordados os tipos de mercados, há uma noção geral das múltiplas possibilidades de como uma carteira pode ser formada. Dito isto, voltamos à Teoria das Carteiras, em que o termo técnico para o índice de melhor retorno sob um espectro de risco, considerando as combinações e gerando informações gráficas, denomina-se Fronteira Eficiente (MARKOWITZ, 1952). Nesse sentido, a Teoria das Carteiras propõe que a maior variabilidade de investimentos pode reduzir os riscos de um dado investidor.

Decorridos mais de sessenta anos dessa teoria inovadora sobre a análise de investimentos, agora inseridos numa economia que contempla moedas digitais e virtuais, questionamos como se apresenta o comportamento de uma carteira de investimentos adicionando um ativo volátil, como a criptomoeda *Bitcoin*, combinado com outros mais estáveis.

Assim, o presente trabalho propõe-se a uma comparação entre duas carteiras de investimentos – com e sem *Bitcoin* - ao longo dos anos de 2015 a 2018. Além de contribuir para as análises de investimento da criptomoeda e analisar o resultado encontrado a partir do Índice de Sharpe auferido entre os dois portfólios. Visando calcular derradeiramente o índice de Sharpe, buscamos suas respectivas fronteiras eficientes, considerando os ativos combinados (abordados posteriormente) – o Índice Bovespa do mercado brasileiro, o título do

tesouro NTN- Principal, a taxa SELIC e o *Bitcoin* - a fim de verificar o quanto a volatilidade da criptomoeda pode afetar o resultado de uma carteira.

Isto posto, para atingir estes objetivos o trabalho será desenvolvido nas seguintes etapas: o 2º capítulo fará a revisão bibliográfica da construção de carteiras eficientes, onde trazemos alguns dos principais autores especializados nos temas trabalhados. O 3º capítulo irá explorar a metodologia utilizada para atingirmos os resultados, além de abordar de maneira mais desenvolvida os instrumentos financeiros integrantes dos portfólios. Já o 4º capítulo é destinado à aplicação dos passos necessários ao objetivo do 3º capítulo, ou seja, descreveremos como foi o processo de combinações das carteiras e a geração dos gráficos através do programa *Microsoft Excel*. Por fim, o 5º capítulo se ocupará das considerações finais, onde extraímos conclusões a partir dos resultados obtidos.

CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 – Fronteira Eficiente: Retorno e Risco de Ativos e Carteiras

Para o entendimento da temática aqui focalizada, é necessário definir alguns conceitos fundamentais como o risco e retorno de ativos e carteiras – estas, também denominadas portfólios. Primeiramente, podemos definir o objeto de uma carteira: “A análise de carteiras preocupa-se com a determinação do grupo mais desejável de títulos nos quais se deve aplicar, dadas as propriedades de cada um dos títulos” (ELTON et al., 2004, p.19). Em outras palavras, a seleção de alguns instrumentos financeiros (também denominados ativos financeiros), em conjunto, formará uma carteira, onde, a partir de suas características básicas, comporão um portfólio básico. O título financeiro seria um contrato que representa o direito de receber benefícios futuros sob um conjunto determinado de condições.

Em assim sendo, cada ativo financeiro individual traz consigo riscos e possíveis retornos. A ideia de eficiência advém da combinação que permita uma mitigação dos riscos. Por conseguinte, a chamada fronteira eficiente seria o subconjunto de carteiras que serão preferidas por todos os investidores que têm aversão a risco e gostam de retornos mais altos: “Assim, o conjunto eficiente é formado pela curva envoltória de todas as carteiras que se situam entre a carteira de mínima variância global e a carteira de máximo retorno esperado. Esse conjunto de carteiras é chamado de fronteira eficiente” (ELTON et al., 2004, p. 88).

Há alguns tipos de títulos como os de mercado monetário, mercado de capitais, títulos de renda fixa, dentre outros. Posteriormente, açambarcaremos os que utilizaremos no presente trabalho.

2.1.1 Retorno Esperado e Risco de Ativos Individuais

Quando nos referimos a risco, estamos tratando do fato de que não sabemos todos os resultados possíveis advindos de uma decisão e, por conseguinte, é necessário trabalharmos com distribuição de frequências para listar esses resultados associados as suas probabilidades de ocorrência. Nesse contexto, “são necessárias apenas duas medidas para abranger a informação relevante a respeito de uma distribuição de frequências: uma para medir o valor médio e outra para medir a dispersão em torno do valor médio” (ELTON et al., 2004, p. 60).

Dito isto, cada ativo possui um retorno esperado baseado nas probabilidades de ocorrência de situações distintas, como uma valorização ou desvalorização, por exemplo. Por conseguinte, também traz consigo riscos inerentes a sua natureza. As fórmulas abaixo representam matematicamente o cálculo para encontrar essas duas características:

Fórmula do retorno esperado de um ativo individual:

$$\bar{R}_i = \sum_{j=1}^M P_{ij} R_{ij}$$

Onde:

R_i = Retorno esperado do ativo

$\sum_{j=1}^M$ = Somatório do valor esperado de M a partir do primeiro retorno do ativo i

P_{ij} = Probabilidade do j-ésimo retorno do ativo i

R_{ij} = Retorno do ativo i na j-ésima posição;

Formula variância de um ativo individual:

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^M [P_{ij} (R_{ij} - \bar{R}_i)^2]$$

Onde:

σ_i^2 = Variância do ativo

$\sum_{j=1}^M$ = Somatório do valor esperado de M a partir do primeiro retorno do ativo i

P_{ij} = Probabilidade do j-ésimo retorno do ativo i

R_{ij} = Retorno do ativo i na j-ésima posição de retorno do ativo i

\bar{R}_i = Média das probabilidades de ocorrência de situações do ativo i

Contextualizando a necessidade da conceituação da dispersão dos ativos financeiros, os instrumentos estatísticos auxiliam na análise de risco e retorno de uma carteira, como veremos posteriormente. O risco pode ser definido como possibilidade de perda e existe quando quem toma decisões pode estimar as probabilidades relativas a vários resultados (GITMAN, 1987). Isto posto, alguns indicadores de dispersão auferem o risco dos ativos que serão combinados posteriormente. Seguem abaixo:

- **Variância:** conforme ilustrada acima, a variância é uma medida de dispersão que expressa o distanciamento dos valores observados em relação à média aritmética da amostra estudada. É elevada ao quadrado, pois também são considerados desvios negativos da amostra, ou seja, ambos os tipos de desvios (positivos e negativos) contribuem para a elevação da dispersão.
- **Desvio-Padrão:** outro exemplo de medida de dispersão, o desvio-padrão representa a raiz quadrada dos desvios médios das observações individuais em relação ao valor esperado, elevados ao quadrado (GITMAN, 1987).

Fórmula: $V = \sqrt{\text{variância}} = \sqrt{V^2}$

Ou seja, sob a perspectiva de função matemática, onde se relacionam o retorno esperado e o risco de uma carteira, se manifesta o espaço de escolha para o investidor, avesso ao risco, a fim de otimizar seus ganhos. Por isso, trabalhamos as duas medidas supracitadas para a avaliação de carteiras e, por consequência, a delimitação da fronteira eficiente – explorada posteriormente no ponto 2.1.3. Dito isto, podemos abordar essas medidas, ou seja, o valor esperado e o risco de carteira, manifestados estatisticamente pela média e variância, respectivamente.

2.1.2 Retorno Esperado e Risco de Carteiras, diversificação de risco

Isto posto, alguns indicadores de dispersão auferem o risco da carteira. Seguem abaixo:

- **Valor esperado:** Esta medida representa uma média dos vários resultados esperados ponderada pela probabilidade atribuída a cada um destes valores, sendo seu cálculo processado pela multiplicação das diversas estimativas pelas respectivas porcentagens (probabilidades de ocorrência) associadas (ASSAF NETO, 2008).
- **Risco de carteira** – Quando falamos de carteiras, nos referimos a diferentes ativos reunidos a partir de um dado investimento, selecionado de modo consistente, com o objetivo de maximizar a riqueza. Conforme nos diz Gitman,

É preciso considerar as novas propostas de investimento em função dos ativos existentes, bem como dos outros ativos propostos, e os ativos selecionados devem ser os que melhor diversificam ou reduzem o risco, ao mesmo tempo em que geram um retorno aceitável. A diversificação bem-

sucedida pode tornar o risco de um grupo, ou uma carteira de ativos, menor do que a soma do risco dos ativos individuais. (GITMAN, 1987, p. 131).

Por fim, temos a covariância que é uma medida do grau de inter-relação numérica entre duas variáveis aleatórias. No caso presente, a covariância nos remete ao comportamento do retorno dos ativos financeiros selecionados em conjunto. Segundo Elton et al:

A covariância é uma medida de como os retornos dos ativos variam em conjunto. Quando eles apresentam desvios positivos e negativos nos mesmos momentos, a covariância é um número positivo elevado. Se os desvios positivos e negativos ocorrem em momentos distintos, a covariância é negativa. Se os desvios positivos e negativos não estiverem relacionados, ela tenderá a zero.” (ELTON et al., 2004, p. 68)

A partir destas medidas apresentadas, há a manifestação de duas equações básicas de modelagem de um portfólio que contemplam o seu retorno esperado e o seu risco. Seguem abaixo:

$$E = \sum_{i=1}^n X_i * \mu_i \quad (1)$$

$$V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} * X_i * X_j \quad (2)$$

Em que:

E é o retorno esperado para a carteira [%];

X_i é a proporção do i -ésimo ativo na carteira [p.u.];

μ_i é a média de retorno (valor esperado para o retorno) do i -ésimo ativo [%];

V é a variância da carteira, ou seja, o risco da carteira [%];

σ_{ij} é a covariância do ativo i em relação ao ativo j , para $i \neq j$ e o desvio padrão para o caso em que $i = j$ [%];

X_j é a proporção do j -ésimo ativo na carteira [p.u.].

(PEREIRA, 2016)

Uma vez apresentados os elementos necessários para calcular o retorno esperado e o risco de uma carteira, abordaremos o processo de otimização de portfólios, denominado fronteira eficiente de Markowitz.

2.1.3 A fronteira Eficiente

- **Fronteira Eficiente:** O economista Harry Markowitz desenvolveu um processo de otimização de carteiras que permite a minimização do seu risco para um determinado nível de retorno. Ao se realizar o processo para vários níveis de retorno é gerada uma curva – que determina para a qual as diferentes combinações proporcionais dos ativos geram maiores retornos com menores riscos possíveis (MARKOWITZ, 1952). Para isso, lançou mão das duas equações básicas para a modelagem de portfólios, apresentadas no item 2.1.2. A modelagem se baseia em três pilares (MARKOWITZ, 1952, apud PEREIRA, 2016): 1) retorno esperado para a carteira; 2) a proporção com que os ativos comporão a carteira; 3) a variância da carteira que representará o risco incorrido para a mesma. Estes pilares estão representados no conjunto de equações 1 e 2 supracitado no item 2.1.2.

Ou seja, a fronteira eficiente de Markowitz é modelada a partir dos elementos abordados anteriormente: retorno esperado dos ativos combinados, a variância dos mesmos o desvio-padrão e a covariância entre os ativos. De modo geral, a fronteira eficiente se manifesta graficamente conforme figura 1 abaixo:

Figura 1. Fronteira Eficiente de Markowitz



Fonte: Pizzato et al, 2005

Retomando o ponto dos ativos combinados em função matemática, Elton et al. (2004) complementa problematizando o objetivo da fronteira eficiente:

Até o presente momento, vimos que a fronteira eficiente é uma função côncava no espaço retorno esperado-desvio-padrão, e que se estende da carteira de mínima variância à carteira de retorno máximo. O problema de escolha de carteiras, portanto, consiste em determinar todas as carteiras situadas nessa fronteira. (ELTON et al., 2004, p. 88).

Demonstraremos, no capítulo de aplicação, a dinâmica dessas escolhas a partir da delimitação das fronteiras propostas de acordo com os ativos selecionados, onde se encontram as diferentes opções de carteiras para o investidor.

Uma vez definidos esses conceitos básicos, abordaremos o instrumento financeiro que poderá causar uma volatilidade maior (a ser medida posteriormente) na carteira composta para este trabalho, o Bitcoin.

2.1.4 O Bitcoin

O Bitcoin é um tipo de moeda virtual, não reproduzível, onde sua unidade monetária é verificada de acordo com o seu histórico evolutivo, através dos registros de transações online. Agregando essas características, o Bitcoin configura-se como uma moeda portátil, escassa, divisível e incorpórea, conforme descritas por Jeffrey Tucker (ULRICH, 2014)

Em poucas palavras, o Bitcoin é uma forma de dinheiro, assim como o real, o dólar ou o euro, com a diferença de ser puramente digital e não ser emitido por nenhum governo. O seu valor é determinado livremente pelos indivíduos no mercado. Para transações online, é a forma ideal de pagamento, pois é rápido, barato e seguro. (ULRICH, 2014, p. 15).

O autor complementa apresentando outras características:

Bitcoin é uma moeda digital *peer-to-peer* (par a par ou, simplesmente, de ponto a ponto), de código aberto, que não depende de uma autoridade central. Entre muitas outras coisas, o que faz o Bitcoin ser único é o fato de ele ser o primeiro sistema de pagamentos global totalmente descentralizado. (ULRICH, 2014, p. 17).

A criptografia é fundamental para o funcionamento ideal nas transações de bitcoin. A moeda virtual tornou-se uma espécie de ativo para formação de portfólios, vista como um novo tipo de investimento, uma vez que sua dinâmica é diferenciada em relação aos ativos

financeiros tradicionais e não possui correlação direta com eles. Moutinho e Penha (2018) abordam como funciona a produção da moeda:

A criptografia é a base essencial para que o sistema funcione sem erros. Cada usuário possui duas chaves, uma pública e uma privada. Quando há uma transação, o vendedor acrescenta sua chave privada e insere a chave pública do destinatário. Essa transação é registrada no *blockchain*, responsável pelo armazenamento de todas as transações e que possibilita a conferência de cada uma dessas movimentações. Existe ainda a figura dos mineradores, que nesse sistema são responsáveis pelas validações das transações, evitando fraudes ou gasto duplo de uma única moeda (SIMSER, 2015, apud MOUTINHO e PENHA, 2018, p.1).

Devido a essas características, principalmente no que tange à descentralização da produção de Bitcoins, utilizaremos o seu histórico recente (em termos de valorização ou desvalorização) para gerar o resultado da carteira com a sua presença, objetivando analisar o comportamento da fronteira eficiente.

Buscamos enfatizar o Bitcoin em uma seção a parte, pois diz respeito a uma hodierna forma de investimento, recente. Já os outros ativos envolvidos serão abordados com maior profundidade no capítulo três, no entanto, podemos adiantar que se tratam do Índice Bovespa, o índice brasileiro que nos apresenta uma tendência das principais ações do mercado brasileiro, a taxa SELIC, a taxa básica de juros no país e o título pós-fixado NTN-B, um título do tesouro ligado ao IPCA.

2.1.5 Trabalhos anteriores

Por fim, para ilustrarmos como o assunto está em voga em trabalhos científicos recentes, destacamos o artigo de Moutinho e Penha (2018), já citado no item 2.1.4. Os autores buscaram apresentar de maneira clara do que se trata a criptomoeda Bitcoin e como ela afetou o comportamento dos portfólios a partir de sua inserção. O interessante, além dos resultados encontrados, é a explicação dos elementos que permitem as trocas virtuais.

Dito isto, como se trata de um trabalho semelhante ao presente documento, onde se propõe a fazer uma comparação de portfólios, o artigo supracitado traz resultados e conclusões importantes que dialogam com nosso tema. Por exemplo, os autores geraram a comparação de portfólios com e sem a presença de Bitcoin ao longo dos anos selecionados. Os portfólios continham os seguintes ativos: o Índice Bovespa (IBOVESPA), o Índice Brasil 50 (IBrX 50), a Letra Financeira do Tesouro (LFT), o ouro e, por último, o uso da cotação da moeda do dólar dos EUA frente ao real (real-dólar). Não vamos nos delongar sobre esses ativos, porém, em linhas gerais, os dois primeiros são índices que acompanham as

negociações em bolsa das principais ações no mercado brasileiro. Já a LFT é um título público de rentabilidade pós-fixada. A compra do ouro é vinculada às cotações das bolsas de Londres e Nova Iorque e, por fim, o dólar se apresenta como alternativa para eventuais desvalorizações da moeda brasileira. Abaixo podemos visualizar o comparativo de resultado entre as carteiras com e sem bitcoin ao longo do período escolhido:

Tabela 1 - Resultados de Moutinho e Penha (2018)

Tabela 7 – Comparativo das métricas dos portfólios com e sem o Bitcoin

Período	Retorno da carteira		Desvio-padrão da carteira		Índice de Sharpe	
	Com Bitcoin	Sem Bitcoin	Com Bitcoin	Sem Bitcoin	Com Bitcoin	Sem Bitcoin
2014	0,18%	0,10%	2,94%	1,71%	6,12%	6,07%
2015	1,86%	0,95%	3,18%	2,07%	58,35%	45,91%
2016	1,30%	0,67%	2,29%	2,68%	56,85%	25,15%
2017	6,50%	0,56%	7,55%	1,64%	86,04%	33,79%
2014 - 2017	1,70%	0,02%	5,07%	2,08%	33,50%	1,14%

Fonte: Dados da pesquisa.

Fonte: Moutinho e Penha, 2018, pág. 10.

Nesta tabela, as duas primeiras colunas (Retorno da carteira) apresentam o retorno além da taxa de risco. Ou seja, é perceptível um retorno significativamente maior com a presença de Bitcoin na combinação dos ativos selecionados pelos autores, assim como um risco consideravelmente maior a partir de sua inserção.

Fundamentalmente nosso trabalho seguirá esta linha de comparação. Nosso objetivo neste ponto foi apresentar um exemplo dentre trabalhos anteriores que dialogam diretamente com nosso tema, reforçando sua validade contextualizada no atual momento.

CAPÍTULO 3 – METODOLOGIA

- ÍNDICE DE SHARPE; ATIVOS UTILIZADOS, FONTES DE DADOS E PERÍODO DE ANÁLISE;

Fundamentalmente, utilizamos a análise estatística para averiguação dos resultados encontrados a partir da combinação dos ativos financeiros selecionados. Como veremos, usamos o modelo da fronteira eficiente de Markowitz para gerar os retornos e as medidas de dispersão dos nossos portfólios e o Índice de Sharpe como comparativo qualitativo entre eles (SHARPE, 1966). Para tanto, lançamos mão do uso do programa Microsoft Excel, o qual possui ferramentas diretas para o uso do método comparativo entre os portfólios e os cálculos dos índices.

O Índice de Sharpe é um indicador utilizado para analisar o desempenho estatístico de fundos e carteiras, caracterizado pela utilização da taxa livre de risco. A sua fórmula básica é: (Retorno do portfólio – taxa livre de risco) / volatilidade. Formulado por William Forsyth Sharpe (1966), o IS está relacionado à teoria de seleção de carteiras, demonstrando pontos na linha de mercado de capitais (CML) que correspondem a carteiras ótimas.

De acordo com Bodie, Kane e Marcus (2000, p. 551), “o índice de Sharpe divide a média do retorno em excesso da carteira durante o período de amostra pelo desvio padrão dos retornos, naquele período”.

Quanto mais alto for o índice de Sharpe, melhor a performance do investimento em relação ao risco que ele oferece. O índice mostra a validade de se correr um risco maior para a obtenção de um determinado retorno.

Fórmulas utilizadas para a definição do retorno e variância das carteiras

$$E = \sum_{i=1}^n X_i * \mu_i$$

$$V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} * X_i * X_j$$

Fórmula do Índice de Sharpe:

$$IS = \frac{E - Rf}{\sigma p}$$

Em que:

IS = Índice de Sharpe

E = Retorno do portfólio

Rf = Taxa Livre de Risco

σp = Desvio-Padrão do portfólio

Nesse contexto, utilizamos a taxa Selic como a taxa livre de risco, o índice Bovespa como índice do mercado, a letra do tesouro NTN-B principal e, por fim, o bitcoin como ativo adicional. As fontes dos dados foram obtidas em sites do governo no período de 2015 ao ano de 2018. Todos os índices serão abordados com maior profundidade nos próximo capítulo.

3.1 Ativos selecionados

- **Índice Bovespa:** O Ibovespa (Índice Bovespa) é o principal índice de ações da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo (BM&FBOVESPA). Este índice tem por objetivo refletir o desempenho médio das cotações das ações mais negociadas e mais representativas do mercado acionário brasileiro.

Constituído em 02 de Janeiro de 1968, o Ibovespa é um índice de ações de retorno total, procurando refletir não apenas as variações nos preços dos ativos integrantes do índice no tempo, mas também o impacto que a distribuição de proventos por parte das companhias emissoras desses ativos teria no retorno do índice.

Segundo o site da Bolsa de Valores de São Paulo:

O Ibovespa é o principal índice do mercado de ações. Foi criado em 1968 e, ao longo desses 50 anos, consolidou-se como referência para investidores ao redor do mundo. É o mais importante indicador de desempenho médio dos ativos mais negociados e representativos do mercado de ações de nosso País.

É composto pelas ações e units exclusivamente de ações de companhias listadas na B3* que atendem aos critérios de inclusão descritos em sua metodologia Não estão incluídos nessa categoria BDRs e ativos de companhias em recuperação judicial ou extrajudicial, regime especial de administração temporária, intervenção ou que sejam negociados em qualquer outra situação especial de listagem (ver manual de definições e procedimentos dos índices da B3).Fonte:

¹ A B3 é uma das principais empresas de infraestrutura de mercado financeiro, com atuação em ambiente de bolsa e de balcão. A Companhia integra os índices Ibovespa, IBrX-50, IBrX e Itag, entre outros. Suas atividades incluem criação e administração de sistemas de negociação, compensação, liquidação, depósito e registro para todas as principais classes de ativos, desde ações e títulos de renda fixa corporativa até derivativos de moedas, operações estruturadas e taxas de juro e de commodities.

http://www.bmfbovespa.com.br/pt_br/produtos/indices/indices-amplos/indice-bovespa-ibovespa.htm

- **Taxa Selic:** É a taxa diária das transações (empréstimos) entre bancos. Representa a média dos empréstimos entre os bancos em um dia.

Define-se Taxa Selic como a taxa média ajustada dos financiamentos diários apurados no Sistema Especial de Liquidação e de Custódia (Selic) para títulos federais. Para fins de cálculo da taxa, são considerados os financiamentos diários relativos às operações registradas e liquidadas no próprio Selic e em sistemas operados por câmaras ou prestadores de serviços de compensação e de liquidação (art. 1º da Circular nº 2.900, de 24 de junho de 1999, com a alteração introduzida pelo art. 1º da Circular nº 3.119, de 18 de abril de 2002). Fonte:

http://www.bcb.gov.br/htms/selic/conceito_taxaselic.asp?idpai=SELICTAXA.

Consideraremos a taxa Selic como a taxa livre de risco necessária para a análise das carteiras.

- **NTN-B principal:** O NTN-B é um título de governo ligado ao IPCA (índice de preços ao consumidor amplo), usualmente ligado ao nível de inflação do país. Como boa parte dos títulos do tesouro, o investidor compra parte da dívida do governo aguardando retornos futuros por este empréstimo de recurso.

O Tesouro IPCA+ (NTN-B Principal) é um título pós-fixado, cuja rentabilidade é composta por uma taxa anual pactuada no momento da compra mais a variação do IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo), índice de inflação oficial do governo brasileiro, calculado pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística). Esse título não possui fluxos periódicos de pagamento ao investidor (cupom semestral de juros). Fonte:http://www.stn.fazenda.gov.br/documents/10180/410323/NTN-B%20principal_novidades.pdf

- **Bitcoin:** Abordado anteriormente, coletamos os dados da criptomoeda no período de 2015 a 2018 para uma análise mais precisa do comportamento do ativo mais imprevisível que comporá o segundo portfólio montado.

CAPÍTULO 4 - APLICAÇÃO

A ideia neste capítulo é descrever nossos passos no programa Microsoft Excel para a geração dos resultados das combinações escolhidas dos ativos. Basicamente apresentaremos as análises estatísticas dos dados para a montagem da fronteira eficiente. Uma vez feito isto, calcularemos o índice de Sharpe para as duas combinações para a avaliação dos resultados encontrados.

Primeiramente, coletamos os dados referidos no capítulo três, no caso os dados diários da taxa Selic, da letra do tesouro NTN-B Principal, do Índice Bovespa e do Bitcoin. Extraímos o levantamento mensal de cada ativo entre 2015 e 2018. Dito isto, criamos uma planilha para cada ativo envolvido - procurando extrair parte de suas informações individuais. Todos os dados utilizados encontram-se em anexo no presente trabalho.

Uma vez definidos os valores no último dia do mês, onde há dados, dividimos pelo último dia do mês anterior e subtraímos de uma unidade. Este procedimento apresenta o resultado do rendimento de um mês para o outro. Realizamos este processo por todos os meses no período trabalhado, conforme anexo I.

Fizemos o mesmo procedimento para os outros ativos também (Bitcoin e NTN-B), exceto para a taxa Selic, por se tratar de fator diário, calculamos através da soma dos fatores diários, subtraímos pela contagem total do mês em questão e transformamos em porcentagem. No caso, utilizamos o método Anova de fator único, presente no suplemento “análise de dados” do programa Microsoft Excel, para podermos extrair as médias mensais (anexo II).

Uma vez calculados os retornos mensais, açambarcamos todos em uma guia de nossa pasta de trabalho e primeiro calculamos o desvio-padrão da série mensal dos retornos. Para isso, utilizamos a fórmula “=DESVPAD.P()” onde colocamos o intervalo referente a cada ativo entre parênteses, assim calculando o desvio-padrão respectivo. Também calculamos a variância de cada um elevando ao quadrado os desvios-padrões encontrados (a série histórica encontra-se anexada):

Tabela 2 - Parâmetros Estatísticos dos Ativos em Análise (Fevereiro de 2015 a Dezembro de 2018)

Período	Ativos			
	Selic	Ibov	NTN-B	Bitcoin
Fev. 2015 a Dez. 2018				
Média	0,848%	1,498%	0,966%	10,225%
Desvio-Padrão	0,250%	6,250%	0,930%	29,730%
Variância	0,0000	0,0039	0,0001	0,0884

Fonte: O autor, a partir dos dados coletados nos sites <http://www.bmfbovespa.com.br>, <http://www.bcb.gov.br>, <http://www.stn.fazenda.gov.br>, <https://m.br.investing.com/crypto/bitcoin/>

Aproveitando os dados reunidos nesta guia, geramos a matriz de correlação a partir da opção análise de dados do Microsoft Excel e assim pudemos observar o comportamento dos ativos entre si.

Tabela 3 – Matriz de correlação dos ativos selecionados

	Ibov	NTN-B	Bitcoin
Ibov	1	-0,0122	-0,1215
NTN-B	-0,0122	1	-0,0276
Bitcoin	-0,1215	-0,0276	1

Fonte: O autor, a partir dos dados coletados nos sites <http://www.bmfbovespa.com.br>, <http://www.stn.fazenda.gov.br>, <https://m.br.investing.com/crypto/bitcoin/>

Uma vez definidas as covariâncias entre os ativos selecionados, foi possível calcular os principais pontos para a formação da fronteira eficiente de nossas carteiras, utilizando a ferramenta Solver do Microsoft Excel. Este suplemento permitiu que gerássemos os pontos de retorno máximo, risco mínimo e a tangente máxima das carteiras, alterando os pesos percentuais dos recursos hipotéticos aplicados em cada um dos ativos. Conforme ilustra a figura 4 em anexo, selecionamos um objetivo (maximizar ou minimizar o valor da célula selecionada), a partir da alteração de uma ou mais células agrupadas. Por fim, colocamos restrições que façam sentido com o objetivo a ser alcançado (anexo). No caso, esses três pontos da curva norteiam a fronteira eficiente, o restante dos passos se pautou em restrições distintas no Solver afim de gerar uma curva mais fidedigna para nossos resultados. Ou seja, pontos com diferentes desvios e retornos de portfólios que se encontram nessa fronteira. O ponto da tangente máxima reflete a carteira com a melhor relação prêmio de retorno por unidade de risco.

4.1 A fronteira eficiente sem bitcoin

A partir dos passos supracitados, geramos os principais resultados da fronteira eficiente sem o ativo bitcoin (outros pesos que compõem a fronteira encontram-se anexados ao final do trabalho):

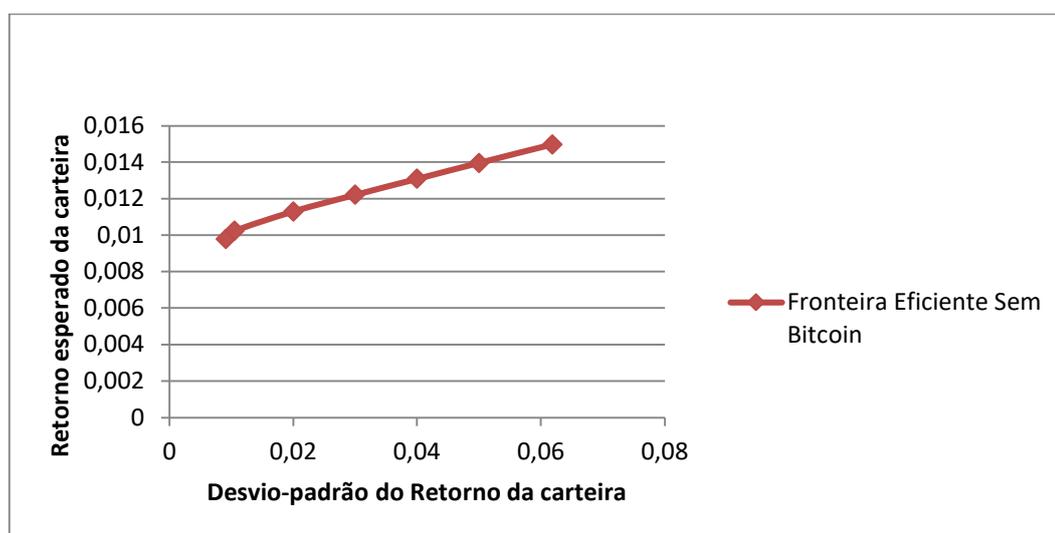
Tabela 4 - os pesos dos ativos com seus retornos e desvios respectivos

	Risco Mínimo	Tangente Máxima	Retorno Máximo
Peso Ibov	0,0234	0,1081	1,0000
Peso NTN-B	0,9766	0,8919	0,0000
Soma dos pesos	1	1	1
Variância	0,0001	0,0001	0,0038
Desvio	0,0091	0,0105	0,0618
Retorno	0,0098	0,0102	0,0150

Fonte: O autor, a partir dos dados coletados nos sites <http://www.bmfbovespa.com.br>, <http://www.stn.fazenda.gov.br>,

Ou seja, nas carteiras de risco mínimo e tangente máxima, o ativo dominante é a NTN-B. Já nas carteiras com maior retorno e risco, o ativo dominante é o Ibovespa. O gráfico de dispersão abaixo ilustra os resultados obtidos formando a fronteira eficiente sem bitcoin.

Gráfico 1: A fronteira eficiente sem bitcoin



Fonte: O autor, a partir dos dados coletados nos sites <http://www.bmfbovespa.com.br>, <http://www.stn.fazenda.gov.br>,

4.2 A fronteira eficiente com bitcoin

Já a fronteira eficiente com bitcoin ficou composta da seguinte maneira:

Tabela 5 - os pesos dos ativos com seus retornos e desvios respectivos

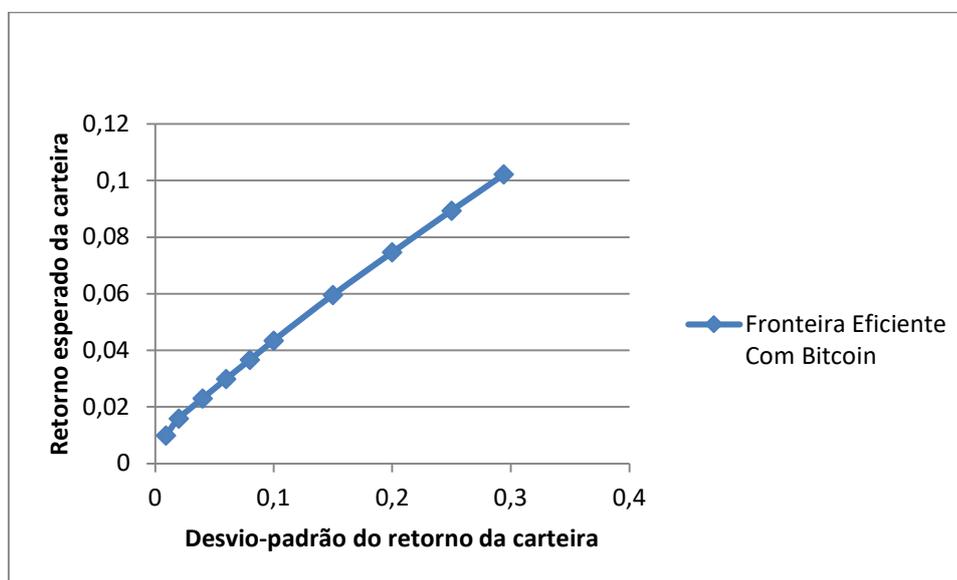
	Risco Mínimo	Tangente Máxima	Retorno Máximo
Peso Ibov	0,0247	0,1270	0,0000
Peso NTN-B	0,9729	0,8117	0,0000
Peso Bitcoin	0,0024	0,0613	1,0000
Soma dos Pesos	1	1	1
Variancia	0,0001	0,0004	0,0865
Desvio	0,0091	0,0200	0,2941
Retorno	0,0100	0,0160	0,1022

Fonte: O autor, a partir dos dados coletados nos sites <http://www.bmfbovespa.com.br>, <http://www.stn.fazenda.gov.br>, <https://m.br.investing.com/crypto/bitcoin/>

Outros pesos dos ativos com diferentes desvios-padrões seguem anexados.

O gráfico de dispersão abaixo ilustra os resultados obtidos formando a fronteira eficiente com bitcoin.

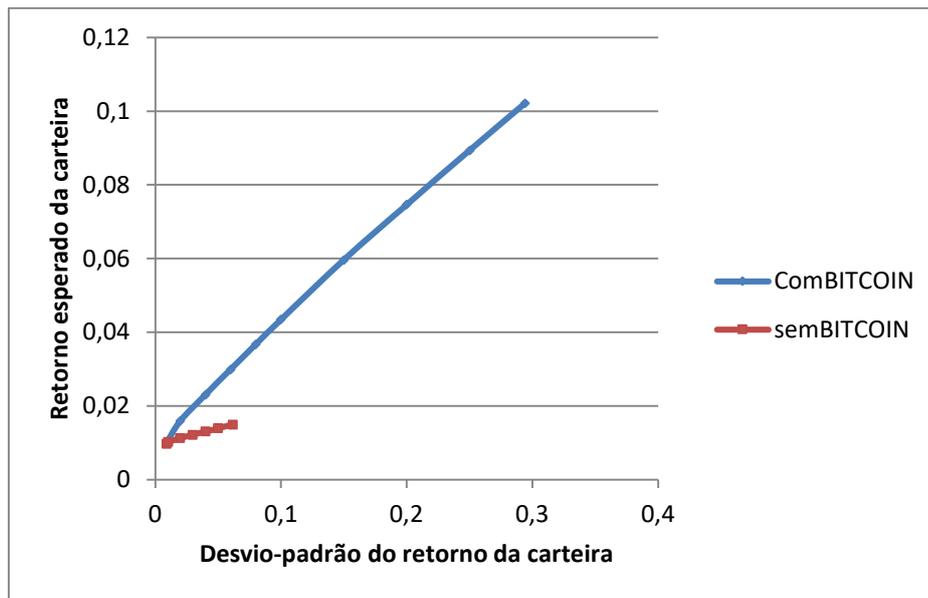
Gráfico 2: A fronteira eficiente com bitcoin



Fonte: O autor, a partir dos dados coletados nos sites <http://www.bmfbovespa.com.br>, <http://www.stn.fazenda.gov.br>, <https://m.br.investing.com/crypto/bitcoin/>

Finalmente, para fins de comparação, geramos um gráfico único com as duas fronteiras reunidas:

Gráfico 3: As duas fronteiras eficientes



Fonte: O autor, a partir dos dados coletados nos sites <http://www.bmfbovespa.com.br>, <http://www.stn.fazenda.gov.br>, <https://m.br.investing.com/crypto/bitcoin/>

Ou seja, visualmente podemos perceber o potencial de retorno maior da fronteira com o Bitcoin em relação à fronteira sem sua presença.

4.3 – Índice de Sharpe

Por fim, calculamos o Índice de Sharpe dos pontos de tangente máxima das duas fronteiras eficientes elaboradas. Estes pontos trazem a melhor combinação de carteira em termos de retorno pelo risco corrido, conforme falamos anteriormente, e, por isto, faz sentido o cálculo do índice nessas condições, onde podemos fazer a comparação justa entre as duas carteiras em questão.

Utilizando a fórmula apresentada nos capítulos anteriores, pudemos calcular os índices a partir dos dados coletados. Usamos o retorno e o desvio-padrão no ponto em questão além da média da taxa Selic como a taxa livre de risco do período analisado. Adaptamos às duas equações. No primeiro caso, temos a tangente máxima sem bitcoin:

Tabela 6 - Índice de Sharpe: Ponto de tangente máxima sem bitcoin

	Tangente	Sharpe	Selic
Desvio	0,0105	0,1619	0,0085
Média	0,0102		
Pesos			
Ibov	0,1081		
NTN-B	0,8919		

Fonte: O autor, a partir dos dados coletados nos sites <http://www.bmfbovespa.com.br>, <http://www.stn.fazenda.gov.br>

Já no segundo caso, encontramos o seguinte resultado:

Tabela 7 - Índice de Sharpe: Ponto de tangente máxima com bitcoin

	Tangente	Sharpe	Selic
Desvio	0,0200	0,3778	0,0085
Média	0,0160		
Pesos			
Ibov	0,1270		
NTN-B	0,8117		
Bitcoin	0,0613		

Fonte: O autor, a partir dos dados coletados nos sites <http://www.bmfbovespa.com.br>, <http://www.stn.fazenda.gov.br>, <https://m.br.investing.com/crypto/bitcoin/>

Ou seja, o Índice de Sharpe no ponto de tangência máxima foi superior no caso da carteira com bitcoin, com o resultado aproximado de 0,38.

Após todo o procedimento de aplicação descrito ao longo do presente capítulo, podemos destacar alguns pontos relevantes como: a inclusão de Bitcoin em pouco altera a composição da carteira de risco mínimo. Já na carteira de tangente máxima a inclusão de Bitcoin permite verificar um aumento percentual para 6 %, no entanto, ainda dominado pela NTN-B. A principal diferença se observa na carteira de retorno máximo, dominada pelo ativo Bitcoin.

CAPÍTULO 5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho procurou comparar portfólios distintos baseado na Teoria das Carteiras de Markowitz, trazendo um elemento moderno que é a criptomoeda Bitcoin. Tivemos resultados interessantes, uma vez que tratamos de risco constantemente no período analisado, lançando mão de elementos estatísticos para atingirmos os resultados.

Após todos os procedimentos apresentados nos capítulos anteriores, encontramos um índice de Sharpe aproximado para a carteira A, composta pela NTN-B e Ibovespa, o valor de 0,16 e para a carteira B, adicionado o Bitcoin, o valor de 0,38. Isto significa que, apesar da alta volatilidade da criptomoeda, no período estudado foi válido o risco neste ponto onde há uma melhor performance de investimento em comparação ao portfólio de característica mais conservadora.

Outra observação importante é que na carteira formada com bitcoin, no ponto de tangente máxima, o percentual aplicado de recursos na criptomoeda foi de 6,1% e nesse sentido a maior importância da inclusão do Bitcoin se dá para os maiores níveis de retorno e risco na Fronteira Eficiente.

Em outras palavras, percebemos o potencial que o bitcoin pode trazer de retorno, no entanto, seu risco também acompanha esta tendência, enquanto de maneira geral a letra do tesouro NTN-B trouxe bons resultados para as diferentes composições de investimentos.

REFERÊNCIAS

ASSAF NETO, A. *Mercado Financeiro*. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2000.

BODIE, Z; KANE, A; MARCUS, A. J. *Fundamentos de investimentos*. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2000.

ELTON, E. J. et al. *Moderna teoria de carteiras e análise de investimentos*. São Paulo: Atlas, 2004.

GITMAN, J. L. *Princípios de administração financeira*. 3.ed. São Paulo: Harbra, 1987.

GONÇALVES, V. E. R. *Títulos de crédito e contratos mercantis*. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2011.

MARKOWITZ, H. *Portfolio selection*. The journal of finance, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

MOUTINHO, A.L.; PENHA, R. S. da, *Contribuição do bitcoin na melhora da eficiência de um portfólio de investimentos*. Minas Gerais: XXI SemeAd Seminários em Administração, 2018.

PEREIRA, L.B.; HENRIQUE, D.C - *Otimização de investimentos pelo modelo de markowitz via desenvolvimento de uma ferramenta em excel*. Santa Catarina: Revista ibero-americana de engenharia industrial, UFSC, 2016.

PIZZATO, W.T.; FERREIRA, M. BLOOT, M. BESSA, M. FAVORETO, R.S. Sistema integrado de planejamento e comercialização de energia. Espaço Energia, n. 2, 2005.

SHARPE, W. F. *Mutual Fund Performance*. Journal of Business. 39 (S1): 119–138, 1966.

ULRICH, F. *Bitcoin: a moeda na era digital*. 1. ed. São Paulo: Instituto Ludwig Von Mises Brasil, 2014.

Sites:

Disponível em: <<https://br.advfn.com/indice/ibovespa>>. Acesso em: 23 ago. 2018a.

Disponível em: <http://www.bmfbovespa.com.br/pt_br/produtos/indices/indices-amplos/indice-bovespa-ibovespa.htm>. Acesso em: 24 ago. 2018a.

Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br/Pec/Copom/Port/taxaSelic.asp>>. Acesso em: 23 ago. 2018a.

Disponível em: <http://www.stn.fazenda.gov.br/documents/10180/410323/NTN-B%20principal_novidades.pdf>. Acesso em: 23 ago. 2018a.

Disponível em: <<https://m.br.investing.com/crypto/bitcoin/btc-usd-historical-data>>. Acesso em: 23 ago. 2018a.

Anexo II

Cálculo do retorno mensal da taxa Selic ano 2015

RESUMO						
<i>Grupo</i>	<i>Contagem</i>	<i>Soma</i>	<i>Média</i>	<i>Variância</i>	<i>Retorno</i>	
Janeiro	22	22,00583	1,000265	4,65E-31	=H32-G32	
Fevereiro	18	18,00465	1,000258	1,83E-11	0,465%	
Março	21	21,00531	1,000253	1,86E-11	0,531%	
Abril	21	21,00517	1,000246	5,18E-32	0,517%	
Maio	21	21,00517	1,000246	5,18E-32	0,517%	
Junho	21	21,00517	1,000246	5,18E-32	0,517%	
Julho	22	22,00542	1,000246	2,07E-31	0,542%	
Agosto	23	23,00566	1,000246	2,06E-31	0,566%	
Setembro	19	19,00468	1,000246	5,2E-32	0,468%	
Outubro	22	22,00542	1,000246	2,07E-31	0,542%	
Novembro	20	20,00492	1,000246	5,19E-32	0,492%	
Dezembro	20	20,00492	1,000246	5,19E-32	0,492%	
ANOVA						
<i>Fonte da varia</i>	<i>SQ</i>	<i>gl</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>valor-P</i>	<i>F crítico</i>
Entre grup	8,76789E-09	11	7,97E-10	277,3789	6,3E-129	1,829034114
Dentro do	6,83921E-10	238	2,87E-12			
Total	9,45181E-09	249				

Fonte: O autor, a partir dos dados coletados nos sites <http://www.bmfbovespa.com.br>, <http://www.stn.fazenda.gov.br>, <https://m.br.investing.com/crypto/bitcoin/>

Anexo III

Cálculo do Desvio-Padrão, Média e Variância dos ativos

	Período	Retorno			
		Selic	Ibov	NTN-B	Bitcoin
	jan/15	0,931%			
	fev/15	0,819%	9,97%	-0,156%	14,109%
	mar/15	1,035%	-0,84%	1,162%	13,995%
	abr/15	0,948%	9,93%	1,272%	-12,336%
	mai/15	0,981%	-6,17%	1,433%	4,555%
	jun/15	1,061%	0,61%	0,208%	10,013%
	jul/15	1,172%	-4,17%	1,694%	19,563%
	ago/15	1,103%	-8,33%	-1,903%	-11,824%
	set/15	1,103%	-3,36%	0,758%	11,369%
	out/15	1,103%	1,80%	2,672%	22,823%
	nov/15	1,051%	-1,63%	0,086%	24,336%
	dez/15	1,156%	-3,92%	2,528%	18,136%
	jan/16	1,051%	-6,791%	4,665%	-4,693%
	fev/16	0,998%	5,910%	1,385%	5,984%
	mar/16	1,156%	16,968%	1,155%	-4,757%
	abr/16	1,051%	7,702%	1,221%	-0,522%
	mai/16	1,103%	-10,089%	1,259%	18,076%
	jun/16	1,156%	6,303%	0,758%	11,743%
	jul/16	1,103%	11,220%	0,859%	-7,508%
	ago/16	1,156%	1,035%	1,223%	-7,803%
	set/16	1,103%	0,805%	1,801%	2,099%
	out/16	1,044%	10,178%	0,308%	19,283%
	nov/16	1,033%	-4,649%	0,578%	8,809%
	dez/16	1,117%	-2,712%	1,137%	35,432%
	jan/17	0,979%	7,378%	1,400%	-14,814%
	fev/17	0,862%	3,079%	1,298%	26,949%
	mar/17	0,910%	-2,517%	1,587%	-4,259%
	abr/17	0,784%	0,645%	0,939%	26,543%
	mai/17	0,839%	-4,116%	0,328%	108,939%
	jun/17	0,767%	0,301%	0,730%	-5,750%
	jul/17	0,757%	4,129%	2,509%	-2,618%
	ago/17	0,695%	7,455%	0,913%	106,873%
	set/17	0,637%	4,882%	0,897%	-20,836%
	out/17	0,611%	0,020%	0,920%	54,040%
	nov/17	0,567%	-3,146%	0,573%	78,806%
	dez/17	0,537%	6,157%	0,663%	22,823%
	jan/18	0,583%	11,139%	0,870%	-34,035%
	fev/18	0,465%	0,519%	0,374%	8,494%
	mar/18	0,531%	0,014%	0,989%	-30,001%
	abr/18	0,517%	0,879%	0,489%	34,288%
	mai/18	0,517%	-10,871%	-0,005%	-12,892%
	jun/18	0,517%	-5,200%	0,813%	-12,036%
	jul/18	0,542%	8,875%	0,731%	18,677%
	ago/18	0,566%	-3,210%	0,405%	-1,526%
	set/18	0,468%	3,475%	0,902%	-7,954%

	out/18	0,542%	10,185%	0,781%	-10,962%
--	--------	--------	---------	--------	----------

Cálculo do Desvio-Padrão, Média e Variância dos ativos (continuação)

	Período	Retorno			
		Selic	Ibov	NTN-B	Bitcoin
	nov/18	0,492%	2,380%	-0,149%	-34,454%
	dez/18	0,492%	-1,806%	0,362%	-4,603%
Média		0,848%	1,498%	0,966%	10,225%
Desvio-Padrão		0,00249771	0,06250570	0,00931896	0,29732067
Variância		6,23853521E-06	3,90696192E-03	8,68429797E-05	8,83995796E-02

Fonte: O autor, a partir dos dados coletados nos sites <http://www.bmfbovespa.com.br>,
<http://www.stn.fazenda.gov.br>, <https://m.br.investing.com/crypto/bitcoin/>

Anexo IV

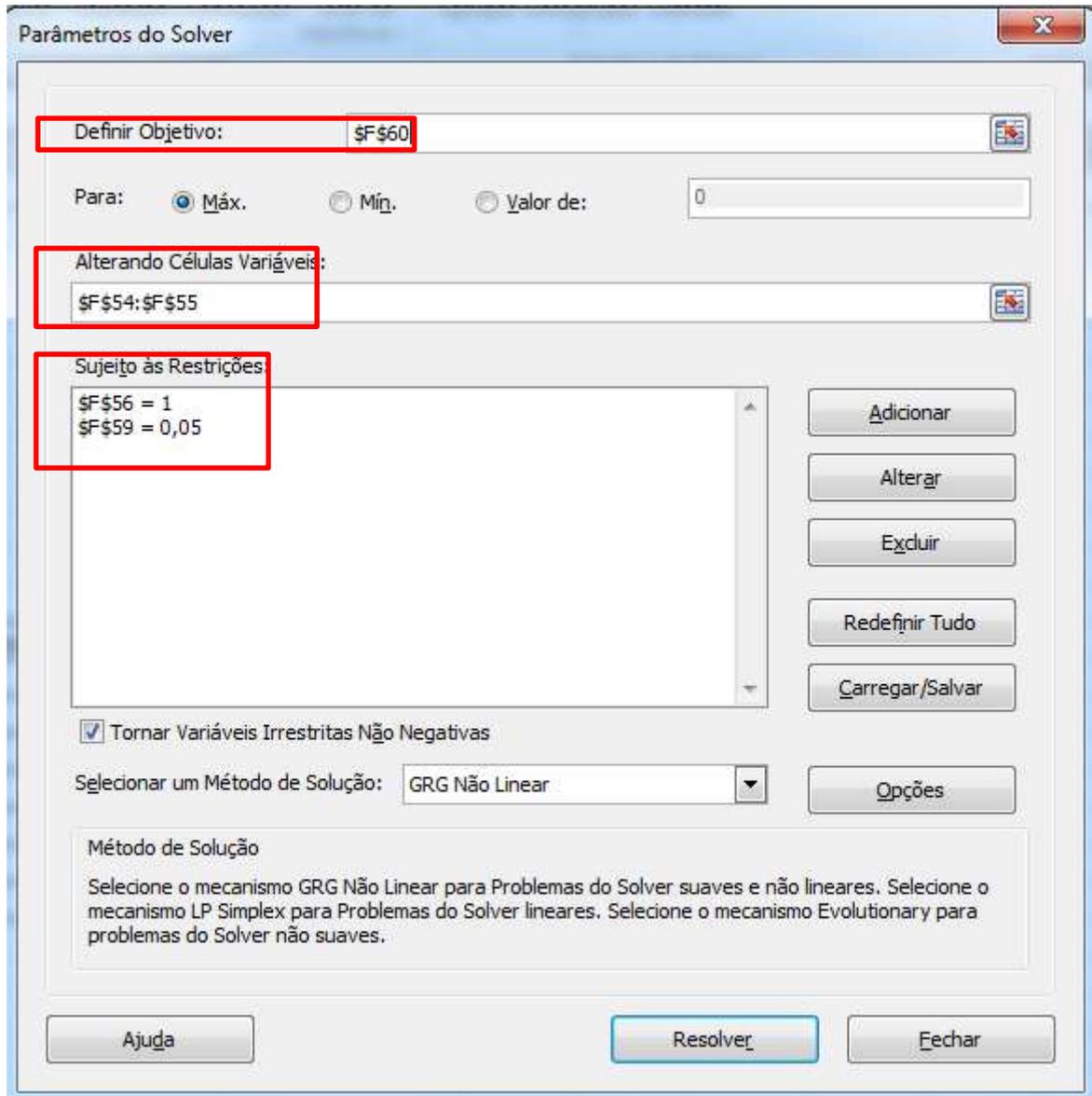
Os pesos dos ativos com seus retornos e desvios respectivos

	Max.retorno&desvio=0.02	Max.retorno&desvio=0.03	Max.retorno&desvio=0.04	Max.retorno&desvio=0.05
Peso Ibov	0,3078	0,4799	0,6453	0,8084
Peso NTN-B	0,6922	0,5201	0,3547	0,1916
Soma dos pesos	1	1	1	1
Variância	0,0004	0,0009	0,0016	0,0025
Desvio	0,0200	0,0300	0,0400	0,0500
Retorno	0,0113	0,0122	0,0131	0,0140

Os pesos dos ativos com seus retornos e desvios respectivos

	Max.retorno&desvio=0.04	Max.retorno&desvio=0.06	Max.retorno&desvio=0.08	Max.retorno&desvio=0.15
Peso Ibov	0,2484	0,3656	0,4816	0,4878
Peso NTN-B	0,6203	0,4359	0,2532	0,0000
Peso Bitcoin	0,1312	0,1985	0,2652	0,5122
Soma dos Pesos	1	1	1	1
Variância	0,0016	0,0036	0,0064	0,0225
Desvio	0,0400	0,0600	0,0800	0,1500
Retorno	0,0231	0,0300	0,0368	0,0597

Anexo V

Exemplo de uso da ferramenta solver para cálculo de uma carteira

Fonte: O autor, a partir dos dados coletados nos sites <http://www.bmfbovespa.com.br>, <http://www.stn.fazenda.gov.br>, <https://m.br.investing.com/crypto/bitcoin/>