

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
FACULDADE DE ADMINISTRAÇÃO E C. CONTÁBEIS  
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO  
MBA EM FINANÇAS EMPRESARIAIS

# **ESTUDO DE CASO: A INFLUÊNCIA DO OURO NA SELEÇÃO DE CARTEIRAS EFICIENTES**

FERNANDO FERRER DE AZEVEDO  
matrícula nº: 118238171

ORIENTADOR: Prof. Marco Antônio C. Oliveira

JANEIRO 2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
FACULDADE DE ADMINISTRAÇÃO E C. CONTÁBEIS  
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO  
MBA EM FINANÇAS EMPRESARIAIS

# **ESTUDO DE CASO: A INFLUÊNCIA DO OURO NA SELEÇÃO DE CARTEIRAS EFICIENTES**

---

FERNANDO FERRER DE AZEVEDO  
matrícula nº: 118238171

ORIENTADOR: Prof. Marco Antônio C. Oliveira

JANEIRO 2021

*As opiniões expressas neste trabalho são de exclusiva responsabilidade do autor*

## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria de agradecer em primeiro lugar a minha família, em especial aos meus pais, pelo apoio e incentivo dado ao longo de todo o percurso da minha formação acadêmica e intelectual. Sem a base que me foi passada por eles nada disso seria possível.

Aos que amo, por estarem sempre ao meu lado, com todo o amor, companheirismo e cumplicidade que faz deste um momento especial para mim.

Obrigado à UFRJ que, por meio de todo o corpo docente e dos seus funcionários, tornou possível minha especialização. Agradeço ao Prof. Marco Antônio, em especial, pelo seu apoio e orientação durante a elaboração desse projeto.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para a minha atual formação.

## RESUMO

Na construção de uma carteira de investimento, um investidor ou analista se depara com a necessidade de determinação de quais classes de ativos, como renda fixa local, ações locais, renda fixa estrangeira e ações estrangeiras, dentre outros deve investir e qual a proporção da carteira total deve ser alocada em cada classe de ativos com o intuito de maximização de retorno para um dado nível de risco.

Em trabalho aplicado pela organização World Gold Council ao mercado europeu, Michaud et al. (2011) examinaram cinco estratégias de alocações de ativos com dados históricos desde 1986 até 2010 e os resultados apontaram que o ouro se mostrou um componente importante para alocação em um portfólio de investidores europeus.

Através da aplicação dos conceitos de seleção de carteira propostos por Markowitz e inspirado pelo trabalho realizado para o World Gold Council para o mercado europeu, este trabalho pretende avaliar a inclusão do ouro em uma carteira de investimentos teórica local formada por diferentes ativos, de modo a avaliar de forma empírica os benefícios que o metal precioso agrega para esta carteira, bem como a composição ótima desta inclusão levando em conta os dados históricos desde 2013 até setembro de 2020.

# ÍNDICE

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>9</b>
<b>CAPÍTULO II – A TEORIA MODERNA DE PORTFÓLIO PROPOSTA POR MARKOWITZ.....</b>	<b>11</b>
II.1 - O MODELO DE MARKOWITZ.....	11
II.1.1 – Conceitos básicos.....	12
II.1.1.1 – Retorno esperado, variância e desvio padrão de ativos .....	12
II.1.1.2 – Correlação e covariância entre ativos.....	13
II.1.1.3 – Retorno e risco de carteiras.....	14
II.1.1.4 – Diversificação de carteiras .....	14
II.2 – A FRONTEIRA EFICIENTE .....	15
II.3 – A IMPORTÂNCIA DO OURO COMO ATIVO NA FRONTEIRA EFICIENTE .....	16
II.3.1 – O ouro e suas características.....	16
II.3.2 – Evidências anteriores – estudo de caso para o mercado europeu.....	19
<b>CAPÍTULO III - METODOLOGIA.....</b>	<b>22</b>
III.1 – COLETA E APURAÇÃO DOS DADOS .....	22
<b>CAPÍTULO IV - APLICAÇÃO .....</b>	<b>24</b>
IV.1 – DESCRIÇÃO DOS ATIVOS UTILIZADOS .....	24
IV.1.1 – Índice Small Cap (SMLL) .....	24
IV.1.2 – Índice MidLarge Cap (MLCX).....	24
IV.1.3 – iShares Ibovespa Fundo de Índice (BOVA11) .....	24
IV.1.4 – Certificado de Depósito Interbancário (CDI).....	25
IV.1.5 – Dólar comercial (BRL) .....	25
IV.1.6 – Índice de Fundos de Investimentos Imobiliários (IFIX) .....	25
IV.1.7 – Ouro (IAU).....	25
IV.2 – A FRONTEIRA EFICIENTE.....	26
IV.2.1 – Análise de dados .....	26
IV.2.2 – A fronteira eficiente sem ouro.....	28
IV.2.3 – A fronteira eficiente com ouro .....	30
<b>CAPÍTULO V - CONCLUSÃO .....</b>	<b>33</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>36</b>

## **SÍMBOLOS, ABREVIATURAS E SIGLAS**

B3: Brasil, Bolsa, Balcão

BOVA11: iShares Ibovespa Fundo de Índice

CDI: Certificado de Depósito Interbancário

ETF: Exchange Traded Funds

IAU: iShares Gold Trust

IFIX: Índice de Fundos de Investimentos Imobiliários

NYSE: New York Stock Exchange

MLCX: Índice MidLarge Cap

MSCI: Morgan Stanley Capital International

SMLL: Índice Small Cap

## LISTA DE FIGURAS E TABELAS

### Figuras

FIGURA 2.1: Fronteira Eficiente.....	16
FIGURA 2.2: A oferta de ouro no mundo.....	17
FIGURA 2.3: O valor do ouro através de duas abordagens de investimento distintas.....	18

### Tabelas

TABELA 2.1: Resultado dos cinco estudos realizados por Michaud et al. para o World Gold Council no mercado europeu .....	21
TABELA 4.1: Retorno esperado e desvio padrão dos retornos de cada um dos ativos.....	26
TABELA 4.2: Matriz de correlação dos ativos .....	27
TABELA 4.3: Matriz de covariância.....	28
TABELA 4.4: Composição sugerida que maximiza o Índice de Sharpe .....	29
TABELA 4.5: Composição sugerida que minimiza o desvio padrão .....	30
TABELA 4.6: Composição sugerida que maximiza o Índice de Sharpe com a inclusão do ouro.....	31
TABELA 4.7: Composição sugerida que minimiza o desvio padrão com a inclusão do ouro .....	32
TABELA 5.1: Resultado consolidado das duas análises realizadas - portfólio 1 (sem ouro) e do portfólio 2 (com inclusão do ouro) .....	34

## INTRODUÇÃO

Na construção de uma carteira de investimento, um investidor ou analista se depara com a necessidade de determinação de quais classes de ativos, como renda fixa local, ações locais, renda fixa estrangeira e ações estrangeiras, dentre outros deve investir e qual a proporção da carteira total deve ser alocada em cada classe de ativos.

De uma forma geral, o objetivo dos investidores é a maximização do retorno dos seus ativos. Embora tentadora, a ideia de concentração de recursos em poucos ativos como forma de maximização de retorno pode ser bastante prejudicial para uma carteira de investimentos, visto que altas rentabilidades estão associadas a diferentes tipos de risco que podem levar a perdas permanentes de capital ou obtenção de retorno aquém do esperado.

Por conta dos riscos sistêmicos e intrínsecos dos mercados e dos ativos, grandes alocadores de recursos e estudiosos advogam pelos benefícios da diversificação como a solução mais eficaz em termos de risco e retorno. Para Dalio (2019), gestor da Bridgewater, com cerca de US\$ 138 bilhões em ativos sob gestão, a diversificação é “o Santo Graal dos investimentos”.

Já Markowitz (1952), Prêmio Nobel de Economia de 1990, entende a diversificação como uma função importante na alocação de recursos, visto que possibilita a diluição dos riscos associados ao processo de investimento. De acordo com ele, um portfólio eficiente deve conter uma combinação de ativos que tenha o máximo retorno para um certo nível de risco, ou o mínimo risco para um certo retorno.

Em trabalho aplicado pela organização World Gold Council ao mercado europeu, Michaud et al. (2011) examinaram cinco estratégias de alocações de ativos com dados históricos desde 1986 até 2010. Os resultados da pesquisa mostraram que o ouro se mostrou um componente importante para alocação em um portfólio de investidores europeus.

Em linha com resultados anteriores obtidos por Michaud, Michaud e Pulvermacher (2006), a pesquisa de Michaud et al. (2011) concluiu que o ouro não é um bom ativo substitutivo, mas adiciona um poder significante devido à sua correlação baixa ou negativa com a maioria das outras classes de ativos em um contexto de portfólio otimizado.

Com base nas pesquisas realizadas por Michaud, Michaud e Pulvermacher (2006) e Michaud et al. (2011) e nos conceitos de seleção de carteira propostos por Markowitz em 1952, este trabalho pretende avaliar a inclusão do ouro em uma carteira de investimentos teórica formada por diferentes ativos no Brasil, de modo a avaliar de forma empírica os benefícios que o metal precioso agrega para esta carteira, bem como a composição ótima desta inclusão levando em conta os dados históricos desde 2013. O projeto foi desenvolvido da seguinte forma:

O segundo capítulo consiste na base teórica deste trabalho e tem como objetivo apresentar a revisão bibliográfica utilizada para o seu desenvolvimento e, em especial, para a aplicação dos conceitos de diversificação e da montagem da fronteira eficiente proposta por Markowitz, que faz parte da Teoria Moderna do Portfólio, um modelo matemático de construção de carteiras de investimento que otimiza a alocação dos ativos para obter o melhor retorno possível para cada nível de risco.

Em um segundo momento, são apresentadas as características do ouro e sua importância, com a apresentação das características intrínsecas do ativo e os motivos que o fazem ser enxergado como um ativo interessante para compor uma carteira de investimentos em qualquer cenário através de evidências/estudos anteriores.

O terceiro capítulo será utilizado para explicar a metodologia a ser aplicada, as fórmulas, base de dados e ativos selecionados para a elaboração do estudo de caso.

O quarto capítulo abordará a aplicação do estudo, com a descrição dos ativos selecionados e a apresentação de dados estatísticos utilizados no estudo como média, desvio padrão e a matriz de correlação para a montagem da fronteira eficiente sem ouro. Por fim, é realizada outra simulação com a inclusão de ouro, de modo a avaliar se, em linha com o estudo para o mercado europeu, a inclusão do ouro em uma carteira diversificada no Brasil equilibra melhor a relação risco e retorno do portfólio.

No quinto capítulo, apresenta-se a conclusão do projeto e, por fim, no sexto capítulo são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas para apoio na elaboração do trabalho.

## CAPÍTULO II – A TEORIA MODERNA DE PORTFÓLIO PROPOSTA POR MARKOWITZ

### *II.1 - O modelo de Markowitz*

Harry Markowitz é um importante economista especializado em análise de investimento que se destacou pela publicação do artigo “Portfolio Selection” em 1952, em que apresentou uma teoria inovadora sobre a combinação de ativos com base nos parâmetros de retorno e risco, que lhe renderam o Prêmio Nobel de Ciências Econômicas em 1990. O modelo foi capaz de criar um auxílio à prática de gestão de portfólios, provendo um arcabouço teórico em que os gestores possam lidar com a construção de carteiras em um ambiente de retorno e risco.

A Teoria Moderna de Portfólio, como ficou conhecido o seu modelo, é amplamente utilizada ao longo dos anos para seleção e avaliação de carteiras de investimento, demonstra como os investidores podem utilizar o princípio da diversificação para buscar melhorias na relação risco e retorno de suas carteiras de investimentos. Ou seja, minimizar o risco total de uma carteira através da diversificação dos ativos e da existência de baixa correlação entre eles.

Segundo Markowitz (1952, pg 89, tradução livre) “Na tentativa de reduzir a variância, investir em diversos ativos não é o suficiente. É preciso evitar que o investimento seja feito em ativos com alta covariância entre si.”

O modelo básico de Markowitz pode ser calculado utilizando-se as seguintes equações:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i)$$

$$V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$w_i \geq 0$$

Onde:

$E(R_p)$  = Retorno esperado do portfólio

$w_i$  = Participação/peso do ativo i

n = número de ativos considerados

$E(R_i)$  = Retorno esperado do ativo i

V = Variância da carteira

$\sigma_{ij}$  = Covariância entre o par de ativos se (i) diferente de (j) e variância se (i) igual a (j)

## II.1.1 – Conceitos básicos

### II.1.1.1 – Retorno esperado, variância e desvio padrão de ativos

O retorno esperado diz respeito à expectativa de rentabilidade de um determinado ativo ou carteira de investimentos. O risco, por sua vez, representa a variabilidade (ou volatilidade) do retorno do ativo, tendo como principal indicador o desvio padrão. Com isso, em tese, à medida que um aumenta, o outro segue na mesma direção, ou seja, quanto maiores os riscos, maior é o potencial de retorno de determinado ativo.

É importante mencionar que o desvio padrão é o indicador mais comum para mensuração de risco de um ativo, visto ser uma medida estatística destinada a quantificar a incerteza com relação ao comportamento de um ativo, refletindo a variação desse ativo em relação à média. Assim como o desvio padrão, a variância também é uma medida de dispersão e pode ser obtida através do desvio padrão elevado ao quadrado. O desvio padrão pode ser calculado conforme a equação abaixo:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2 \times P_i}$$

Onde:

$R_i$  = valor do retorno da ocorrência  $i$

$P_i$  = probabilidade de ocorrência de  $i$

$n$  = número de ocorrências consideradas

$\bar{R}$  = retorno médio do ativo

### II.1.1.2 – Correlação e covariância entre ativos

Segundo Gitman (2005), a correlação é uma medida estatística da relação entre duas séries de números quaisquer. Se uma variável tende a aumentar quando a outra aumenta, dizemos que a correlação é positiva. Por outro lado, se uma variável tende a diminuir quando a outra aumenta, dizemos que a correlação é negativa. Já uma correlação igual a zero indica que uma variação em uma das variáveis (aumento ou diminuição) não influencia a outra. Ou seja, o grau de correlação é medido pelo coeficiente de correlação, podendo variar de +1, no caso de séries entre as quais a correlação é positivamente perfeita; e -1, no caso de séries com correlação negativamente perfeita. A correlação pode ser encontrada dividindo a covariância entre dois ativos pelo produto de seus desvios padrão, conforme fórmula abaixo:

$$\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1 \sigma_2}$$

O conceito de covariância, segundo Anderson (2007), consiste em uma medida descritiva da associação linear entre duas variáveis. Em outras palavras, a covariância visa identificar como determinados valores se inter-relacionam. A covariância de X e Y pode ser verificada pela fórmula abaixo:

$$Cov(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) (y_i - \bar{y})}{n - 1}$$

### **II.1.1.3 – Retorno e risco de carteiras**

Como uma das principais premissas utilizadas para a construção da teoria de Markowitz é que os investidores avaliem suas carteiras com base no retorno esperado e no risco (aqui representado pelo desvio padrão), faz-se importante definir esses conceitos.

O retorno esperado de uma carteira é dado pelo retorno esperado de cada ativo que a compõe multiplicado pelo respectivo peso. Já o risco de carteira, está relacionado aos riscos dos ativos que fazem parte desta carteira e demais riscos associados, como riscos operacionais, legais, de crédito, de liquidez e de mercado.

### **II.1.1.4 – Diversificação de carteiras**

A diversificação é uma estratégia de investimentos que possibilita ao investidor estar exposto a diversas classes de ativos, geografias e teses de investimento. Ao diversificar a sua carteira, há um risco menor de um acontecimento isolado ou um mau investimento gerar prejuízos significativos. Nas condições atuais, em que existe uma forte competição no mercado e de mudanças abruptas a depender da materialização de um determinado cenário, a diversificação contribuí para manutenção de uma carteira de investimentos balanceada e que

não fique exposta a um determinado setor ou classe de ativo, conferindo-lhe maior resiliência, principalmente quando o foco do investidor está na construção de uma carteira de longo prazo.

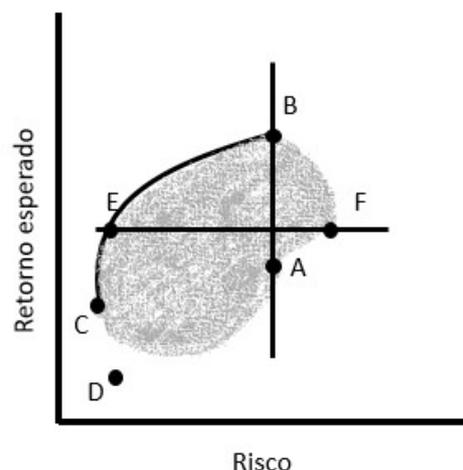
## ***II.2 – A fronteira eficiente***

Valendo-se do ferramental matemático, Markowitz desenvolveu um modelo que identifica, dentre as infinitas possibilidades de combinações entre inúmeros ativos diferentes, aquelas que se localizam na fronteira eficiente: uma curva que une todas as carteiras capazes de gerar o máximo retorno possível para cada nível de risco ou para um determinado nível de retorno tem-se o menor risco possível.

Markowitz (1952) pressupõe que o investidor seja avesso ao risco, ou seja, para dois ativos de mesmo retorno, o escolhido será o de menor risco. Da maneira similar, para dois ativos de mesmo risco, o investidor irá preferir o de maior retorno. A metodologia proposta compreende trabalhar com o binômio risco-retorno.

Vale ressaltar que não existe um único resultado ótimo já que os perfis dos investidores podem ser completamente diferentes em relação a preferências de risco e retorno assumidos. No exemplo de fronteira eficiente da Figura 2.1 fica evidente a relação entre o risco e retorno e as várias combinações possíveis.

Figura 2.1: Fronteira eficiente



Fonte: O autor (2020)

Uma carteira que faça parte da fronteira eficiente, que está representada pela linha preta de C a B, é denominada carteira eficiente. Portanto, os pontos B, C e E representam carteiras eficientes, enquanto os pontos A, D e F não. A nuvem cinza da figura representa as possíveis combinações de carteira.

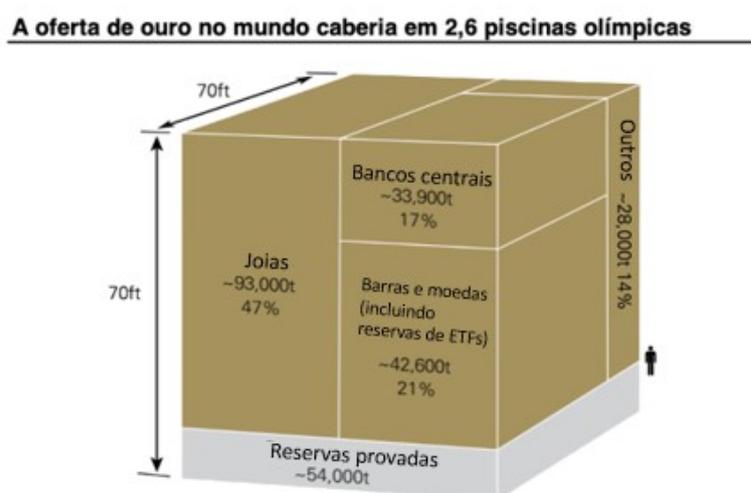
### ***II.3 – A importância do ouro como ativo na fronteira eficiente***

#### **II.3.1 – O ouro e suas características**

De acordo com o Serviço Geológico do Brasil (<http://www.cprm.gov.br>), o ouro é um metal maleável e dúctil. À temperatura ambiente, apresenta-se no estado sólido. Atualmente, existem aproximadamente 197.576 toneladas de ouro no mundo, no valor de mais de US\$ 9,6 trilhões. A produção adicional anual é de aproximadamente 3.500 toneladas, equivalente a um incremento anual de 1,8%.

Em artigo publicado por Gopaul et al. (2020) para o World Gold Council, caso fosse possível aglutinar todo ouro disponível no mundo, o volume seria equivalente a 2,6 piscinas olímpicas. Desse montante, 47% é utilizado para fabricação de joias, 17% está em posse dos Bancos Centrais, 21% é negociado no mercado financeiro, enquanto 14% é utilizado para demais fins.

Figura 2.2: A oferta de ouro no mundo



Fonte: The relevance of gold as a strategic asset 2020. US Edition. World Gold Council. (2020, p. 9)

Em virtude de sua escassez e características de reserva de valor, o ouro é utilizado no mercado financeiro como um instrumento que pode ser adquirido para especulação ou investimento. Neste ambiente, o ouro pode ser transacionado por meio de barras físicas, moedas, ETFs (fundos passivos) com garantia de ouro e como reserva para os Bancos Centrais.

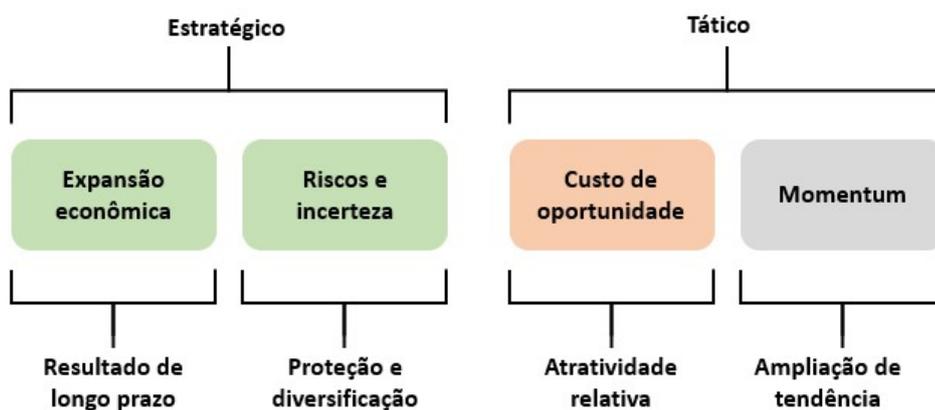
Contudo, diferentemente de uma ação ou um outro título qualquer em que podemos calcular seu valor com base em sua expectativa de geração de caixa descontada a valor presente, o ouro simplesmente não tem pagamento de juros ou de dividendo. O ouro tem seu preço determinado pela oferta e demanda pelo metal precioso.

Após atingir sua máxima histórica em meados de 2012 — quando alcançou US\$ 1.800 onça troy —, o preço do metal despencou 40% no fim de 2015 e, desde então, vem passando por

uma recuperação, tendo inclusive ultrapassado a marca dos US\$ 2.000 a onça neste ano de 2020.

Em termos práticos, de acordo com Gopaul et al. (2020), o valor do metal precioso pode ser observado através de duas lentes: a estratégica e a tática, que, por sua vez, se subdividem em duas caixas, conforme ilustrado na imagem abaixo.

Figura 2.3: O valor do ouro através de duas abordagens de investimento distintas



Fonte: O autor, baseado em artigo de Gopaul et al. (2020).

Pela ótica estratégica, períodos de expansão econômica são suportados pelo crescimento de consumo de joias e do desenvolvimento de novas tecnologias, suportando uma demanda maior pelo ouro. E, por outro lado, em períodos de volatilidade e incertezas, o ouro é visto como um importante ativo para preservação de capital, protegendo e diversificando o patrimônio. É o famoso “*safe haven*” (ou porto seguro).

Pela ótica tática, o custo de oportunidade para o investimento no metal precioso tem sido baixo, especialmente quando o comparamos com moedas ou títulos de dívidas — que já somam mais de US\$ 17 trilhões com taxas negativas ao redor do mundo, conforme estimativas de Mullen e Ainger (2020) para a Bloomberg. Por fim, temos a “caixa” momentum, que pode amplificar tendências com o grande aumento do fluxo de capital no mundo.

No entanto, a manutenção do metal precioso em portfólios diversificados continua sendo motivo de controvérsia. De um lado, por exemplo, existe a crítica de Warren Buffett, que

associa a aquisição do ouro a um movimento meramente comportamental por parte dos investidores. Conforme pontuado em carta aos acionistas da Berkshire Hathaway Inc., Buffett (2011) vincula a alta dos preços ao aumento no nível de tensão dos mercados e ao posterior efeito manada da profecia autorrealizável — os investidores aumentariam ainda mais sua posição à medida que o aumento de preços corroborasse suas teses.

Dalio (2018), por sua vez, em seu livro *Princípios*, argumenta a favor da presença do metal nos portfólios, simplesmente porque, com a impressão contínua de papel moeda para o pagamento das dívidas soberanas, a dinâmica das economias globais seria desfavorável. Esse movimento vinculado à baixa presença do ouro nos portfólios em geral justificaria o desempenho positivo do metal precioso.

### **II.3.2 – Evidências anteriores – estudo de caso para o mercado europeu**

No estudo “*Gold as a strategic asset for European investors*” elaborado por Michaud et al. (2011) para a organização World Gold Council, que trabalha em prol do desenvolvimento da indústria do metal precioso, foi realizada uma série de pesquisas de modo a avaliar se a tese de investimento em ouro como uma alocação estratégica para portfólios europeus seria positiva em termos de risco e retorno.

Embora diversas pesquisas nesta linha já tenham sido realizadas, a organização acreditava que diversas delas possuíam algum tipo de limitação metodológica ou havia considerado premissas inapropriadas o que, na visão dos autores, retirava a acuracidade do material. De modo a ajustar tais premissas e obter um resultado mais fidedigno, Michaud et al. (2011) utilizaram o retorno histórico de vinte e cinco anos de classes de ativos utilizando-se o euro como moeda padrão, além de assumir premissas mais conservadoras e a metodologia estatística da fronteira eficiente de Michaud Resamples (MM), que possui o mesmo objetivo de avaliação da proposta por Markowitz, mas com algumas particularidades.

Em sua pesquisa, os autores consideraram cinco alocação de portfólio, incluindo retornos históricos desde 1986, e três possibilidades de arranjos diferentes: (1) otimização do portfólio com a inclusão de ouro e de uma cesta de commodities; (2) otimização do portfólio com a inclusão de ouro e excluindo-se a cesta de commodities; (3) desconsiderando-se a alocação de ouro e da cesta de commodities.

No primeiro estudo, os autores avaliaram o retorno histórico anualizado das oito classes de ativos, bem como o desvio padrão desde janeiro de 1986 até dezembro de 2010 e a correlação entre eles. Os índices foram selecionados com base em sua representatividade, disponibilidade de robusta base de dados histórica e na premissa de diversificação de carteira. Com isso, selecionou-se o índice JP Morgan Government Bond Indices como representante do mercado de dívida europeu de longo e curto prazos, o Barclays Capital Aggregate Bond Index, como o representante do mercado de renda fixa americano, três índices do MSCI, de modo a capturar o mercado de ações europeu de grande e pequena capitalização e o mercado de ações global desconsiderando-se a Europa. Por fim, avalia-se a inclusão do índice de commodities e de ouro com o intuito de avaliar se a inclusão de ambos melhora os níveis de risco e retorno do portfólio.

Na segunda avaliação, foram utilizados os mesmos índices, mas com uma premissa um pouco mais sofisticada. Neste caso, assumiu-se retornos dos ativos ajustados pela inflação, visto que em janelas temporais mais dilatadas o ouro historicamente funciona como uma proteção inflacionária.

Para o terceiro caso, utilizou-se a mesma premissa da avaliação anterior, porém utilizando-se uma base de ativos expandida, ou seja, ao invés de oito ativos, foram utilizados dezesseis ativos, de modo a avaliar de forma mais fidedigna um portfólio de investimentos diversificado. No quarto estudo, aumentou-se novamente a base de ativos avaliada e manteve-se a premissa de ajuste de retorno por inflação.

Por fim, a quinta modelagem utilizou a mesma base de dezesseis ativos, mas para um período histórico diferente, de janeiro de 1999 para dezembro de 2010. O principal motivo para a mudança de janela temporal é em função da adoção do euro como moeda na Europa, reduzindo potenciais distorções.

Através dessa abordagem e dos cinco diferentes testes, o resultado obtido foi que o ouro, de fato, pode ser utilizado como um componente importante para alocação em um portfólio de investidores europeus.

Na tabela abaixo, estão dispostos os cinco estudos, com a janela temporal utilizada em cada um e dividido em três diferentes alocações, para investidores mais conservadores (25% ações e 75% renda fixa), moderados (50% ações e 50% renda fixa) e mais arrojados (75% ações e

25% renda fixa). Nota-se que em todas as condições analisadas, o ouro se apresenta como um importante ativo estratégico para diversificação de carteira de investimentos europeu.

Tabela 2.1: Resultado dos cinco estudos realizados por Michaud et al. para o World Gold Council no mercado europeu

	Período de avaliação	Perfil de risco - razão entre ações e renda fixa		
		25% / 75%	50% / 50%	75% / 25%
Caso 1	1986 até 2010	5,40%	9,30%	10,00%
Caso 2	1986 até 2010	3,50%	5,50%	6,40%
Caso 3	1986 até 2010	2,40%	3,30%	3,00%
Caso 4	1986 até 2010	2,60%	3,30%	3,10%
Caso 5	1986 até 2010	2,20%	3,70%	3,78%

Fonte: Michaud et al. (2011, tabela 6, p. 16).

Inspirado na tese e nas análises de Michaud, Michaud e Pulvermacher (2006) e Michaud et al. (2011), foi realizado um exercício similar de avaliação da introdução do ouro em portfólios de investimento para o caso brasileiro para verificar se a introdução do metal precioso em uma carteira de investimentos local também seria benéfica em termos de risco e retorno. Contudo, antes é apresentada a metodologia aplicada e os ativos utilizados.

## CAPÍTULO III - METODOLOGIA

### III.1 – Coleta e apuração dos dados

Para a realização do estudo, foram utilizados os seguintes ativos: o SMLL (Índice Small Cap), MLCX (Índice MidLarge Cap), BOVA11 (iShares Ibovespa Fundo de Índice), CDI (Certificado de Depósito Interbancário), Dólar (BRL), IFIX (Índice de Fundos de Investimentos Imobiliários) e Ouro (IAU).

Os dados históricos utilizados para a realização da simulação do modelo foram retirados do Economatica e do Bloomberg, sistemas que dispõem de uma série de dados do mercado financeiro. Através da utilização de ambos os programas, é possível coletar as séries históricas de todos os ativos analisados. O período coletado para a realização desse trabalho foi mensal de janeiro de 2013 até setembro de 2020.

Para a aplicação do modelo e apuração dos resultados, foi utilizado o software Microsoft Excel e suas funcionalidades. Através do modelo básico de Markowitz, que pode ser calculado utilizando-se as equações a seguir, que foram apresentadas na seção II.1:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i)$$

$$V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$w_i \geq 0$$

Os critérios utilizados serão o de maximização do Índice de Sharpe, que é um indicador utilizado para avaliação da relação entre risco e retorno de um investimento, em que  $R_f$  é a taxa livre de risco calculada pela média dos retornos mensais da poupança.

$$\text{Índice de Sharpe} = \frac{(E(R_p) - R_f)}{\sigma_p}$$

E de minimização do desvio padrão da carteira ( $\sigma_p$ ), através das equações mencionadas acima.

## **CAPÍTULO IV - APLICAÇÃO**

### ***IV.1 – Descrição dos ativos utilizados***

#### **IV.1.1 – Índice Small Cap (SMLL)**

Criado pela B3, o SMLL (Índice Small Cap) tem por objetivo medir o comportamento das empresas negociadas na bolsa de valores de modo segmentado, aferindo o retorno de uma carteira composta por empresas de menor capitalização listadas na Bolsa. As ações que compõem o índice são selecionadas por sua liquidez, e são ponderadas pelo valor de mercado.

#### **IV.1.2 – Índice MidLarge Cap (MLCX)**

Criado pela B3, o MLCX (Índice MidLarge Cap) tem por objetivo ser o indicador do desempenho médio das cotações dos ativos de uma carteira composta de empresas de maior capitalização. Dentre os principais requisitos para seleção dos ativos para compor o MLCX é importante destacar o critério de não pertencimento à carteira do SMLL.

#### **IV.1.3 – iShares Ibovespa Fundo de Índice (BOVA11)**

O iShares Ibovespa Fundo de Índice (BOVA11) é um ETF que busca refletir a performance, antes das taxas e despesas, do Índice Bovespa, que é o principal indicador de desempenho das ações negociadas na B3.

#### **IV.1.4 – Certificado de Depósito Interbancário (CDI)**

Conforme definido pela Geração Investimentos (2019), o Certificado de Depósito Interbancário ou, simplesmente, CDI é um título de emissão das instituições financeiras, que lastreia as operações do mercado interbancário, ou seja, transações entre bancos. Calculada com base nas operações de emissão de depósitos entre bancos pré-fixados, a taxa do CDI representa as condições de liquidez do mercado e tem como característica acompanhar de perto a variação da taxa Selic, a taxa básica de juros do país. Tanto a taxa do CDI quanto a Selic são estabelecidas diariamente.

#### **IV.1.5 – Dólar comercial (BRL)**

O dólar comercial é a cotação dada ao dólar em relação à moeda brasileira. O dólar é a moeda oficial dos Estados Unidos e utilizada no mundo inteiro, tanto em reservas internacionais, como em transações financeiras.

#### **IV.1.6 – Índice de Fundos de Investimentos Imobiliários (IFIX)**

O IFIX é composto pelas cotas de Fundos de Investimentos Imobiliários listados nos mercados de bolsa e de balcão organizado da B3. Criado pela B3, a carteira do IFIX possui rebalanceamentos a cada 4 meses, sendo que nenhum fundo pode ter mais que 20% de participação neste portfólio.

#### **IV.1.7 – Ouro (IAU)**

Conforme abordado na seção II.3.1, o ouro é um metal maleável e dúctil. À temperatura ambiente, apresenta-se no estado sólido. Em virtude de sua escassez e características de reserva de valor, o ouro é utilizado no mercado financeiro como um instrumento que pode ser adquirido para especulação ou investimento. Neste ambiente, o ouro pode ser transacionado por meio de barras físicas, moedas, ETFs (fundos passivos) com

garantia de ouro e como reserva para os Bancos Centrais. Neste caso, foi utilizado o ETF IAU, que é negociado na Bolsa de Nova York (NYSE) e replica o desempenho do ouro.

## **IV.2 – A fronteira eficiente**

### **IV.2.1 – Análise de dados**

Foi realizada a modelagem com a utilização dos seguintes ativos: SMLL, MLCX, BOVA11, CDI, dólar, IFIX e ouro. A base de dados considerada foi mensal de janeiro de 2013 até setembro de 2020 e o desempenho histórico foi obtido através das ferramentas Economatica e Bloomberg.

Após selecionados todos os ativos, foi realizada a média aritmética dos retornos históricos e, posteriormente, o cálculo do desvio padrão dos retornos de cada um dos ativos – as duas tabelas com ambos os resultados estão dispostas abaixo. No período analisado, o ouro foi o ativo de maior retorno.

Tabela 4.1: Retorno esperado e desvio padrão dos retornos de cada um dos ativos

<b>RETORNO ESPERADO</b>						
<b>SMLL</b>	<b>MLCX</b>	<b>BOVA11</b>	<b>CDI</b>	<b>DÓLAR</b>	<b>IFIX</b>	<b>OURO</b>
0,69%	0,88%	0,69%	0,73%	1,20%	0,68%	1,34%

<b>DESVIO PADRÃO DOS RETORNOS</b>						
<b>SMLL</b>	<b>MLCX</b>	<b>BOVA11</b>	<b>CDI</b>	<b>DÓLAR</b>	<b>IFIX</b>	<b>OURO</b>
6,89%	6,47%	6,74%	0,28%	4,62%	3,48%	5,39%

Fonte: O autor (2020)

Feito isso, foi utilizada a ferramenta de análise de dados estatística do Excel “correlação” para construção da matriz de correlação de todos os ativos, conforme expresso na tabela abaixo. Vale destacar os resultados obtidos para o Dólar e Ouro. Assim como o dólar, o ouro apresenta coeficiente de correlação negativa com os demais ativos, entretanto a correlação do ouro e do dólar é positiva, como é possível notar na tabela abaixo.

Tabela 4.2: Matriz de correlação dos ativos

MATRIZ DE CORRELAÇÃO							
	SMLL	MLCX	BOVA11	CDI	DÓLAR	IFIX	OURO
SMLL	1	0,897062	0,901647	-0,03082	-0,61262	0,739899	-0,29614
MLCX	0,897062	1	0,991639	0,010741	-0,65664	0,688113	-0,346
BOVA11	0,901647	0,991639	1	0,01812	-0,64283	0,689825	-0,31327
CDI	-0,03082	0,010741	0,01812	1	-0,09954	0,093907	-0,15554
DÓLAR	-0,61262	-0,65664	-0,64283	-0,09954	1	-0,54851	0,625631
IFIX	0,739899	0,688113	0,689825	0,093907	-0,54851	1	-0,33287
OURO	-0,29614	-0,346	-0,31327	-0,15554	0,625631	-0,33287	1

Fonte: O autor (2020)

Após a realização da matriz de correlação, foi montada a matriz de covariância dos sete ativos multiplicando os dados obtidos da correlação pela variância, conforme a tabela a seguir.

Tabela 4.3: Matriz de covariância

MATRIZ DE COVARIÂNCIA							
	SMLL	MLCX	BOVA11	CDI	DÓLAR	IFIX	OURO
SMLL	0,004745	0,003998	0,004188	-5,9E-06	-0,00195	0,001775	-0,0011
MLCX	0,003998	0,004186	0,004326	1,93E-06	-0,00196	0,00155	-0,00121
BOVA11	0,004188	0,004326	0,004547	3,39E-06	-0,002	0,00162	-0,00114
CDI	-5,9E-06	1,93E-06	3,39E-06	7,72E-06	-1,3E-05	9,08E-06	-2,3E-05
DÓLAR	-0,00195	-0,00196	-0,002	-1,3E-05	0,002135	-0,00088	0,001558
IFIX	0,001775	0,00155	0,00162	9,08E-06	-0,00088	0,001212	-0,00062
OURO	-0,0011	-0,00121	-0,00114	-2,3E-05	0,001558	-0,00062	0,002903

Fonte: O autor (2020)

#### IV.2.2 – A fronteira eficiente sem ouro

Com a matriz de covariância montada, foi sugerida a montagem de uma carteira com pesos iguais para os seis primeiros ativos, ou seja, desconsiderando o ouro, de modo a encontrar o retorno esperado da carteira, o desvio padrão e o índice Sharpe, que é obtido através da subtração do retorno esperado pelo retorno do ativo de risco mínimo, no caso a poupança, e posterior divisão pelo desvio padrão.

Utilizando a ferramenta “Solver” do Microsoft Excel, foi definido como parâmetro a opção em que maximizaria o índice de Sharpe, além de outras duas restrições: a soma dos ativos deve ser igual a 1 (sem alavancagem), nenhum ativo pode apresentar um peso maior que 50%, em virtude da proposição de montagem de uma carteira diversificada. O mesmo exercício foi feito posteriormente, definindo-se como parâmetro a opção em que minimizaria o desvio padrão. Os resultados podem ser observados na tabela a seguir:

Tabela 4.4: Composição sugerida que maximiza o índice de Sharpe

<b>ATIVOS</b>	<b>PESOS</b>
<b>SMLL</b>	0,00%
<b>MLCX</b>	10,92%
<b>BOVA11</b>	0,00%
<b>CDI</b>	50,00%
<b>DÓLAR</b>	26,10%
<b>IFIX</b>	12,98%
<b>TOTAL</b>	100,00%
<b>R [C]</b>	0,86%
<b>DP [C]</b>	0,94%
<b>LIVRE DE RISCO</b>	0,48%
<b>I. SHARPE</b>	0,400529

Fonte: O autor (2020)

A tabela acima destaca a composição de carteira sugerida de forma a maximizar o índice Sharpe e que satisfaz as duas condições mencionadas acima. Com isso, a melhor composição seria uma carteira com 10,92% em MLCX, 50% em CDI, 26,10% em dólar e 12,98% em IFIX. O retorno médio esperado da carteira seria de 0,86% ao mês, com desvio padrão de 0,94% e um índice de Sharpe de 0,400529.

Tabela 4.5: Composição sugerida que minimiza o desvio padrão

<b>ATIVOS</b>	<b>PESOS</b>
<b>SMLL</b>	0,00%
<b>MLCX</b>	6,74%
<b>BOVA11</b>	0,00%
<b>CDI</b>	50,00%
<b>DÓLAR</b>	22,57%
<b>IFIX</b>	20,69%
<b>TOTAL</b>	100,00%
<b>R [C]</b>	0,83%
<b>DP [C]</b>	0,90%
<b>LIVRE DE RISCO</b>	0,48%
<b>I. SHARPE</b>	0,38619

Fonte: O autor (2020)

Conforme a tabela acima, a melhor composição que minimiza o desvio padrão da carteira seria com 6,74% em MLCX, 50% em CDI, 22,57% em dólar e 20,69% em IFIX. O retorno médio esperado da carteira seria de 0,83% ao mês, com desvio padrão de 0,90% e um índice de Sharpe de 0,38619.

#### **IV.2.3 – A fronteira eficiente com ouro**

Em um segundo momento, foi sugerida a montagem de uma carteira com pesos iguais para todos os sete ativos selecionados, de modo a encontrar o retorno da carteira, o desvio padrão e o índice Sharpe. Utilizando a ferramenta “Solver” do Microsoft Excel, foi definido como parâmetro a opção de forma a maximizar o índice Sharpe, além de outras duas restrições: a soma dos ativos deve ser igual a um (sem alavancagem), nenhum ativo pode apresentar um peso maior que 50%, em virtude da proposição de montagem de uma carteira diversificada. O mesmo exercício foi feito posteriormente, definindo-se como parâmetro a opção em que minimizaria o desvio padrão. Os resultados podem ser observados abaixo:

Tabela 4.6: Composição sugerida que maximiza o índice de Sharpe com a inclusão do ouro

<b>ATIVOS</b>	<b>PESOS</b>
<b>SMLL</b>	0,00%
<b>MLCX</b>	10,26%
<b>BOVA11</b>	0,00%
<b>CDI</b>	50,00%
<b>DÓLAR</b>	22,36%
<b>IFIX</b>	13,17%
<b>OURO</b>	4,20%
<b>TOTAL</b>	100,00%

<b>R [C]</b>	0,87%
<b>DP [C]</b>	0,94%
<b>LIVRE DE RISCO</b>	0,48%
<b>I. SHARPE</b>	0,407666

Fonte: O autor (2020)

A tabela acima destaca a composição de carteira sugerida de forma a maximizar o índice Sharpe e que satisfaz as duas condições mencionadas acima. Com isso, a melhor composição seria uma carteira com 10,26% em MLCX, 50% em CDI, 22,36% em dólar, 13,17% em IFIX e 4,20% em ouro. O retorno médio esperado da carteira seria de 0,87% ao mês, com desvio padrão de 0,94% e um índice de Sharpe de 0,407666.

Tabela 4.7: Composição sugerida que minimiza o desvio padrão com a inclusão do ouro

<b>ATIVOS</b>	<b>PESOS</b>
<b>SMLL</b>	0,00%
<b>MLCX</b>	6,49%
<b>BOVA11</b>	0,00%
<b>CDI</b>	50,00%
<b>DÓLAR</b>	21,01%
<b>IFIX</b>	20,72%
<b>OURO</b>	1,78%
<b>TOTAL</b>	100,00%

<b>R [C]</b>	0,84%
<b>DP [C]</b>	0,90%
<b>LIVRE DE RISCO</b>	0,17%
<b>I. SHARPE</b>	0,745461

Fonte: O autor (2020)

Conforme a tabela acima, a melhor composição que minimiza o desvio padrão da carteira seria com 6,49% em MLCX, 50% em CDI, 21,01% em dólar, 20,72% em IFIX e 1,78% em ouro. O retorno médio esperado da carteira seria de 0,84% ao mês, com desvio padrão de 0,90% e um índice de Sharpe de 0,39114.

## CAPÍTULO V - CONCLUSÃO

Este trabalho aplicou o modelo de Fronteira Eficiente proposta por Markowitz com o objetivo central de avaliar a inclusão do ouro em uma carteira de investimentos teórica formada por diferentes ativos, de modo a avaliar de forma empírica os benefícios que o metal precioso agrega para esta carteira, sob as óticas de maximização do índice Sharpe e de minimização do desvio padrão. Foram utilizados sete ativos (SMLL, MLCX, BOVA11, CDI, dólar, IFIX e ouro) e a base de dados considerada foi mensal de janeiro de 2013 até setembro de 2020.

Em linha com o resultado do estudo “*Gold as a strategic asset for European investors*” elaborado por Michaud et al. (2011) para a organização World Gold Council, este trabalho encontrou pesos positivos para o ouro, como será detalhado a seguir.

Para tanto, foram realizadas duas análises: a primeira simulação foi realizada desconsiderando o ouro, enquanto a segunda simulação leva em consideração a sua inclusão. Em ambos os casos foram realizadas simulações com definição de parâmetro para maximização de índice Sharpe e para minimização de desvio padrão. Na tabela a seguir foram consolidados os resultados das análises realizadas de modo a facilitar a interpretação e as conclusões do trabalho.

Tabela 5.1: Resultado consolidado das duas análises realizadas - Portfólio 1 (sem ouro) e do Portfólio 2 (com inclusão do ouro)

<b>RESULTADO CONSOLIDADO</b>				
	<b>PORT 1</b>		<b>PORT 2</b>	
<b>ATIVOS</b>	<b>MAX. SHARPE</b>	<b>MIN. DP</b>	<b>MAX. SHARPE</b>	<b>MIN. DP</b>
<b>SMLL</b>	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
<b>MLCX</b>	10,92%	6,74%	10,26%	6,49%
<b>BOVA11</b>	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
<b>CDI</b>	50,00%	50,00%	50,00%	50,00%
<b>DÓLAR</b>	26,10%	22,57%	22,36%	21,01%
<b>IFIX</b>	12,98%	20,69%	13,17%	20,72%
<b>OURO</b>	N. A.	N. A.	4,20%	1,78%
<b>TOTAL</b>	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
<b>R [C]</b>	0,86%	0,83%	0,87%	0,84%
<b>DP [C]</b>	0,94%	0,90%	0,94%	0,90%
<b>LIVRE DE RISCO</b>	0,48%	0,48%	0,48%	0,48%
<b>I. SHARPE</b>	0,400529	0,386190	0,407666	0,391140

Fonte: O autor (2020)

Para a análise de maximização do índice Sharpe, o PORT 1, que não considera a inclusão do ouro na análise, apresentou uma composição de 10,92% em MLCX, 50% em CDI, 26,10% em Dólar e 12,98% em IFIX. Com isso, o retorno esperado foi de 0,86% ao mês, o desvio padrão foi de 0,94% e o índice Sharpe de 0,400529. Na análise de minimização do desvio padrão, a composição da carteira ficou com 6,74% em MLCX, 50% em CDI, 22,57% em dólar e 20,69% em IFIX. O retorno médio esperado da carteira seria de 0,83% ao mês, com desvio padrão de 0,90% e um índice de Sharpe de 0,38619.

No PORT 2, que foi sugerida a inclusão do Ouro, o resultado obtido na análise de maximização do índice Sharpe foi de 10,26% em MLCX, 50% em CDI, 22,36% em Dólar, 13,17% em IFIX e 4,2% em Ouro. O retorno esperado dessa carteira foi acima da carteira PORT 1 com maximização do índice Sharpe, com 0,87% ao mês, o desvio padrão ficou similar em 0,94% e o índice Sharpe sofreu uma leve melhora para 0,407666. Com isso, percebe-se que a inclusão do ouro foi importante para maximizar o índice Sharpe, em linha com os estudos de Michaud, Michaud e Pulvermacher (2006) e de Michaud et al. (2011) para o World Gold Council. Na análise de minimização do desvio padrão, a composição da carteira

ficou com 6,49% em MLCX, 50% em CDI, 21,01% em dólar, 20,72% em IFIX e 1,78% em Ouro. O retorno médio esperado da carteira seria de 0,84% ao mês, com desvio padrão de 0,90% e um índice de Sharpe de 0,391140.

Cabe ressaltar que no período analisado os ativos SMLL e BOVA11 apresentaram uma proposição de risco e retorno pior que os demais e, dessa forma, o percentual alocado em ambas as carteiras para esses dois ativos foi zero. Além disso, a janela temporal foi caracterizada por um patamar de CDI, que representa as condições de liquidez do mercado e tem como característica acompanhar de perto a variação da taxa Selic e, portanto, a taxa livre de risco, muito alto. Com isso, em ambas as análises o percentual de CDI nas carteiras foi de 50%.

Com base no exposto anteriormente, conclui-se que para o período analisado, tipos de ativos e premissas considerados no presente trabalho de conclusão de curso, é corroborada a importância da inclusão do ouro em uma carteira de investimentos como forma de maximização do índice Sharpe e de minimização do desvio padrão.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Anderson, David. **Estatística aplicada à administração e economia**, Thomson learning, São Paulo, 2007.

Buffett, W. Shareholder Letters. Berkshire Hathaway Inc., 2011. Disponível em:  
<<https://www.berkshirehathaway.com/letters/letters.html>>

Dalio, R. **Princípios**. 1º Edição. Intrínseca. Rio de Janeiro, 2018.

Dalio, R. The Holy Grail of Investing. Ray Dalio Principles, 2019. Disponível em:  
<<https://raydalioprinciples.blogspot.com/2019/12/the-holy-grail-of-investing.html>>

Geração Investimentos. Entenda o que é CDI e como funciona, 2019. Disponível em:  
<<https://www.geracaoinvestimentos.com.br/post/69/entenda-o-que-e-cdi-e-como-funciona>>

Gitman, Lawrence J. **Princípios de administração Financeira**. 10a Ed São Paulo: Thomson Pioneira, 2005.

Gopaul, K. et al. Outlook 2020. Global economic trends and their impact on gold. World Gold Council, 2020. Disponível em:  
<<https://www.gold.org/goldhub/research/outlook-2020>>

Gopaul, K. et al. The relevance of gold as a strategic asset 2020. US Edition. World Gold Council, 2020. Disponível em:  
<<https://www.gold.org/goldhub/research/relevance-of-gold-as-a-strategic-asset-2020>>

Histórico de indicadores econômicos consultados. Disponível em:  
<<https://economica.com/>>

Markowitz, Harry M. Portfolio selection. **Journal of finance**, n. 1, v. 7, p. 77-91. mar. 1952.

Michaud, R.; Michaud, R.; Pulvermacher, K. Gold as a Strategic Asset. World Gold Council, 2006. Disponível em:  
<<https://www.newfrontieradvisors.com/media/1198/gold-as-a-strategic-asset.pdf>>

Michaud, R. et al. Gold as a Strategic Asset for European Investors. World Gold Council, 2011. Disponível em:  
<[https://www.gold.org/sites/default/files/documents/gold-investment-research/wgc\\_gold\\_as\\_strategic\\_asset\\_european\\_investors.pdf](https://www.gold.org/sites/default/files/documents/gold-investment-research/wgc_gold_as_strategic_asset_european_investors.pdf)>

Mullen, C; Ainger, J. World's Negative-Yield Debt Pile Has Just Hit a New Record. Bloomberg, 2020. Disponível em:  
<<https://www.bloomberg.com/news/articles/2020-11-06/negative-yielding-debt-hits-record-17-trillion-on-bond-rally>>

Sharpe, Willian F.; Alexander, Gordon J.; Bailey, Jeffery V. **Investments**. 5 ed. New Jersey: Prentice Hall, 1995.