

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE ECONOMIA
MBA EM FINANÇAS E GESTÃO DE RISCO
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**PRECIFICAÇÃO DAS OPÇÕES:
VOLATILIDADES E O MODELO DE
BLACK-MERTON-SCHOLES**

ANTONIO NICOLAS CAMILLO BUSOLI
Matrícula nº: 116281275

ORIENTADOR: Prof. Dr. Manuel Alcino R. da Fonseca

MAIO 2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE ECONOMIA
MBA EM FINANÇAS E GESTÃO DE RISCO
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**PRECIFICAÇÃO DAS OPÇÕES:
VOLATILIDADES E O MODELO DE
BLACK-MERTON-SCHOLES**

ANTONIO NICOLAS CAMILLO BUSOLI
Matrícula nº: 116281275

ORIENTADOR: Prof. Dr. Manuel Alcino R. da Fonseca

MAIO 2017

As opiniões expressas neste trabalho são de exclusiva responsabilidade do autor.

Dedico este trabalho a minha família, amigos e a todos os professores da Pós-Graduação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos do Programa de Pós-Graduação em Finanças e Gestão de Risco da Universidade Federal do Rio de Janeiro, aos Professores do curso pela dedicação e empenho, em especial ao Coordenador e Orientador Professor Dr. Manuel Alcino da Fonseca pela oportunidade de estudos e da realização deste trabalho.

Aos colegas da Pós-Graduação pelo auxílio nas tarefas e trabalhos desenvolvidos durante o curso.

RESUMO

Dentre os diversos tipos de derivativos encontram-se as opções, que é o derivativo mais negociado por pessoas físicas no Brasil.

Além de compreender o funcionamento do mercado de opções, os investidores têm necessidade de achar o “preço justo” de um contrato, a fim de que as decisões de compra e venda pertençam ao conjunto de estratégias financeiras eficientes adotadas.

Um dos mais famosos e importantes modelos de precificação de opções se baseia no trabalho de Fischer Black e Myron Scholes publicado em 1973 no *Journal of Political Economy* da Universidade de Chicago. A publicação ocorreu logo após a abertura da *Chicago Board Options Exchange* (CBOE) – primeira bolsa a negociar opções. Além disso, outro pesquisador, Robert Merton, agregou outros estudos importantes ao modelo.

Este modelo de precificação ficou conhecido como modelo de Black-Scholes (B&S) e parte do pressuposto de que o preço do ativo objeto tem comportamento estocástico contínuo, na forma de movimento geométrico browniano, o qual assume que a distribuição de probabilidades de preços do ativo-objeto é log-normal. O modelo ganhou grande notoriedade por ser muito utilizado por investidores e *traders* de todo o mundo.

Desde 1950, quando Harry Markowitz, e posteriormente, William Sharpe desenvolveram modelos de construção de carteiras eficientes e quantificação dos riscos, o modelo desenvolvido por Black-Scholes e Merton se tornou um grande marco nesse campo, revolucionando o que já havia sido escrito até então sobre este tema.

Com a grande importância desses estudos para a comunidade acadêmica, científica e o mercado de capitais de todo o mundo, Markowitz e Sharpe receberam o Prêmio Nobel de Economia em 1990, e a grande importância do modelo de B&S, que deixou os mercados de opções e derivativos mais sofisticados e seguros, rendeu o Prêmio Nobel de Economia em 1997 a Myron Scholes e Robert Merton – Fischer Black não pôde ser indicado, uma vez que faleceu em 1995.

Com o passar do tempo, foram feitas diversas extensões para a fórmula original de Black-Scholes, tanto para precificar vários tipos de opções como também utilizar suas aplicações em diversos outros contratos de derivativos, tornando-o um modelo de fácil adaptação e aplicação.

O objetivo desse trabalho é entender melhor opções: como funcionam, como operar com esses instrumentos financeiros, e principalmente como precificar esses contratos que permitem aos investidores uma infinidade de estratégias. Notou-se que a volatilidade implícita é uma variável chave na precificação das opções e nas estratégias. Visto que a volatilidade é a

única variável que não pode ser identificada diretamente no mercado, ela deve ser calculada ou estimada e o modelo de Black-Merton-Scholes se torna uma ferramenta eficiente.

ABSTRACT

Among the different types of derivatives are the options, which is the most traded derivative by individuals in Brazil.

In addition to understanding the operation of the options market, investors need to find the fair price of a contract, so that the decisions to buy and sell belong to the set of efficient financial strategies adopted.

One of the most famous and important models of options pricing is based on the work of Fischer Black and Myron Scholes published in 1973 in the Journal of Political Economy of the University of Chicago. The publication came shortly after the opening of the Chicago Board Options Exchange (CBOE) - the first exchange to trade options. In addition, another researcher, Robert Merton, has added other important studies to the model.

This pricing model is known as the Black-Scholes (B & S) model and assumes that the price of the underlying asset has continuous stochastic behavior in the form of Brownian geometric motion, which assumes that the distribution of asset price probabilities object is log-normal. The model gained great notoriety for being widely used by investors and traders around the world.

Since 1950, when Harry Markowitz and later Willian Sharpe developed models for efficient portfolio building and risk quantification, the model developed by Black-Scholes and Merton became a milestone in this field, revolutionizing what had already been written so far on this topic.

With the great importance of these studies for the academic, scientific, and capital markets around the world, Markowitz and Sharpe received the Nobel Prize for Economics in 1990, and the great importance of the B & S model, which left the options and more sophisticated and secure derivatives, won the Nobel Prize for Economics in 1997 to Myron Scholes and Robert Merton - Fischer Black could not be named, since he passed away in 1995.

Over time, several extensions have been made to the original Black-Scholes formula, both to price various types of options and to use its applications in a number of other derivative contracts, making it a model for easy adaptation and application.

The purpose of this paper is to better understand options: how they work, how to operate with these financial instruments, and especially how to price those contracts that allow investors a multitude of strategies.

It was noted that implied volatility is a key variable in the pricing of options and strategies. Since volatility is the only variable that cannot be directly identified in the market,

it must be estimated or estimated and the Black-Merton-Scholes model becomes an efficient tool.

The work was divided into 8 chapters. In Chapter 1 an introduction will be made on the derivatives and the economic agents involved, Chapter 2 will discuss the concepts and classifications of the options. In Chapter 3, an analysis of pricing models and their variables is made, and in Chapter 4 a more detailed study on the volatilities and their effects was carried out. In Chapter 5, we studied the sensitivity measures or Greek letters that allow us to better analyze the contracts and their risks, and in Chapter 6, we studied some of the various strategies that investors can carry out with the options. In Chapter 7, some of the possible volatility-focused operations will be illustrated and how an investor can rely on this variable to determine a strategy or trend of an asset or contract, and finally, in Chapter 8, the conclusions of this study.

SUMÁRIO

RESUMO	18
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	11
CAPÍTULO 2 –CONCEITOS E CLASSIFICAÇÃO DAS OPÇÕES	16
2.1 –TIPOS DE OPÇÕES SOBRE AÇÕES E OS AGENTES ENVOLVIDOS	16
2.2–CLASSIFICAÇÃO DAS OPÇÕES	16
2.3 – CLASSIFICAÇÃO DAS OPÇÕES QUANTO À POSSIBILIDADE DE EXERCÍCIO	18
2.4 – VENCIMENTO DOS CONTRATOS.....	19
2.5 – POSIÇÕES QUE PODEM SER ASSUMIDAS EM CONTRATOS DE OPÇÕES	19
2.6 – CÂMARA DE COMPENSAÇÃO OU <i>CLEARINGHOUSE</i>	21
CAPÍTULO 3 – MODELOS DE PRECIFICAÇÃO E SUAS VARIÁVEIS	22
2.1 – MODELOS DE PRECIFICAÇÃO	22
3.2 – MODELO DE PRECIFICAÇÃO DE BLACK-SCHOLES	25
3.3 – VALOR INTRÍNSECO E VALOR EXTRÍNSECO	29
3.4 – VARIÁVEIS QUE INFLUENCIAM OS PREÇOS DAS OPÇÕES.....	30
3.5 – PREÇO DO ATIVO OBJETO (S)	31
3.6 – PREÇO DE EXERCÍCIO (<i>STRIKE</i>) (K)	32
3.7 – TEMPO ATÉ O VENCIMENTO (T)	32
3.8 – TAXA DE JUROS (R).....	33
3.9 – DIVIDENDOS (Q)	34
CAPÍTULO 4 – ANÁLISE DA VOLATILIDADE E SEUS EFEITOS.....	35
4.1 –VOLATILIDADE (Σ).....	35
4.1.1 –Volatilidade Estimada pelo Desvio-Padrão	35
4.1.2 –Volatilidade Estimada pelo EWMA	36
4.1.3 –Volatilidade Implícita pelo Modelo de Black-Scholes	37
4.2 – Volatilidade Implícita e a Volatilidade Estimada para Vale e Petrobras.....	39
4.3 – Sorriso de Volatilidade ou Smile.....	48
4.4 – Modelo de B&S e suas limitações.....	49
CAPÍTULO 5 – MEDIDAS DE SENSIBILIDADE OU LETRAS GREGAS	51
5.1–INTRODUÇÃO ÀS MEDIDAS DE SENSIBILIDADE (LETRAS GREGAS).....	51
5.2 – DELTA (Δ)	51
5.3 – GAMA (Γ)	54
V.4 –THETA (Θ).....	57
5.5 – RELAÇÕES ENTRE DELTA, GAMA E THETA	62
5.6 – VEGA (Y).....	63
5.7 – RHO OU RÔ (P).....	64
CAPÍTULO 6 – ESTRATÉGIAS COM VOLATILIDADE.....	67
6.1 – OPERAÇÕES COM VOLATILIDADE MAIS UTILIZADAS	67
6.2 – OPERAÇÃO DE FINANCIAMENTO E CAIXA.....	67
6.3 – OPERAÇÃO <i>STRADDLE</i>	68
6.4 – OPERAÇÃO <i>STRANGLE</i>	70
6.5 – OPERAÇÃO <i>CALL RATIO SPREAD</i>	72
6.6 – OUTRAS OPERAÇÕES	73
CAPÍTULO 7 – OPERANDO COM A VOLATILIDADE: APLICAÇÃO ÀS PRINCIPAIS AÇÕES NA BOVESPA	74
7.1 – VOLATILIDADE	74
7.2 – VOLATILIDADE EM PETR4	76
7.3 – VOLATILIDADES EM VALE5	81
7.4 – VOLATILIDADES EM ITUB4.....	86
7.5 – VOLATILIDADES EM ABEV3	92
7.6 – VOLATILIDADES EM BBAS3.....	96
8 – CONCLUSÃO	100
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	102

SÍMBOLOS, ABREVIATURAS, E SIGLAS

B&S	Referência ao modelo de Black-Scholes
BBAS3	Ações Ordinárias do Banco do Brasil
ITUB4	Ações Preferenciais do Banco Itaú
PETR4	Ações Preferenciais da Petrobrás
VALE5	Ações Preferenciais da Vale
ABEV3	Ações Ordinárias da Ambev
B3	Bolsa Brasil Balcão
σ	Volatilidade
Δ	Delta – Letra Grega
Γ	Gama – Letra Grega
v	Vega – Letra Grega
Θ	Theta – Letra Grega
ρ	Rhô – Letra Grega
S	Preço do ativo objeto
K	Preço de exercício da opção
T	Tempo até o vencimento da opção
r	Taxa de juros
q	Dividendos
IE	Instituto de Economia
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICOS

Gráfico 1: Preços de VALE5.....	41
Gráfico 2: Preços de PETR4.....	47
Gráfico 3: Sorriso de volatilidade.....	49
Gráfico 4: Variação no Delta (Δ) para a call.	53
Gráfico 5: Variação no Delta (Δ) para a put.	54
Gráfico 6: Variação do Gama (Γ) na call.	56
Gráfico 7: Variação do Gama (Γ) na put.	57
Gráfico 8: Queda de preço na call dada a passagem do tempo.....	60
Gráfico 9: Variação do Theta (Θ) na call.	60
Gráfico 10: Queda de preço na put dada a passagem do tempo.	61
Gráfico 11: Variação do Theta (Θ) na put.....	62
Gráfico 12: Variação do Vega em relação ao preço do ativo objeto.	64
Gráfico 13: Variação do Rho na call e na put em relação a taxa de juros.	66
Gráfico 14: Volatilidade estimada e volatilidade implícita para PETR4 – informações para 2017.	77
Gráfico 15: Preços para a put PETRP15.....	78
Gráfico 16: Delta PETRP15.	79
Gráfico 17: Gama PETRP15.	80
Gráfico 18: Theta PETRP15.....	80
Gráfico 19: Vega PETRP15.	81
Gráfico 20: Volatilidades VALE5.....	82
Gráfico 21: Preços VALE5 de dezembro a abril.	83
Gráfico 22: Preços de VALED35.....	83
Gráfico 23: Deltas VALED35.....	84
Gráfico 24: Gammas VALED35.	85
Gráfico 25: Thetas de VALED35.....	85
Gráfico 26: Vegas de VALED35.....	86
Gráfico 27: Volatilidade estimada e volatilidade implícita para ITUB4.	88
Gráfico 28: Preço de B&S e do mercado para a put ITUBD13.....	89
Gráfico 29: Thetas ITUBD13.....	90
Gráfico 30: Deltas ITUBD13.	90
Gráfico 31: Gammas ITUBD13.	91
Gráfico 32: Vegas ITUBD13.....	92
Gráfico 33: Volatilidade estimada e volatilidade implícita para ABEV3.....	93
Gráfico 34: Preços ABEV3 de janeiro a abril.	94
Gráfico 35: Preços para a call ABEVD79.	95
Gráfico 36: Deltas e Gammas para ABEVD79.	95
Gráfico 37: Vegas e Thetas para ABEVD79.	96
Gráfico 38: Volatilidade estimada e volatilidade implícita para BBAS3.	97
Gráfico 39: Preços para a call BBASD36.....	98
Gráfico 40: Deltas e Gammas para BBASD36.....	98
Gráfico 41: Vegas e Thetas para BBASD36.	99

LISTA DE QUADROS

QUADROS

Quadro 1: Vencimento dos contratos de opções sobre ações	17
Quadro 2: Classificação da opção	18
Quadro 3: Influência de uma variável nas opções	50

LISTA DE TABELAS

TABELAS

Tabela 1: Aumento no preço do ativo S para a call.....	31
Tabela 2: Queda no preço do ativo S para a put.....	31
Tabela 3: Aumento no preço de exercício K para a call.....	32
Tabela 4: Aumento no preço de exercício K para a put.....	32
Tabela 5: Aumento no tempo até o vencimento T para a call.....	33
Tabela 6: Aumento no tempo até o vencimento T para a put.....	33
Tabela 7: Aumentos na taxa de juros livre de risco (r) para a call.....	33
Tabela 8: Aumentos na taxa de juros livre de risco (r) para a put.....	34
Tabela 9: Aumentos nos dividendos (q) para as calls.....	34
Tabela 10: Aumentos nos dividendos (q) para as puts.....	34
Tabela 11: Aumentos na volatilidade (σ) para calls e puts.....	38
Tabela 12: Volatilidades para as calls de VALE5.....	40
Tabela 13: Volatilidades para as puts de VALE5.....	40
Tabela 14: Volatilidades para as calls de VALE5 em diferentes períodos.....	41
Tabela 15: Volatilidades para as puts de VALE5 em diferentes períodos.....	42
Tabela 16: Volatilidades para as calls de PETR4 para o período de um ano.....	44
Tabela 17: Volatilidades para as puts de PETR4 para o período de um ano.....	44
Tabela 18: Volatilidades para as calls de PETR4 em diferentes períodos.....	45
Tabela 19: Volatilidades para as calls de PETR4 em diferentes períodos.....	45
Tabela 20: Volatilidades estimadas em três períodos de maio de 2017.....	47
Tabela 21: Efeitos da volatilidade implícita nas opções de PETR4.....	47
Tabela 22: Ganhos e perdas nas opções de PETR4.....	48
Tabela 23: Volatilidade implícita para diferentes strikes de PETR4.....	48
Tabela 24: Variação no Delta (Δ) para a call.....	53
Tabela 25: Variação no Delta (Δ) para a put.....	54
Tabela 26: Variação do Gama (Γ) na call.....	56
Tabela 27: Variação do Gama (Γ) na put.....	56
Tabela 28: Variação do Theta (Θ) na call.....	59
Tabela 29: Variação do Vega (v) na call.....	63
Tabela 30: Variação do Rho (ρ) na call.....	65
Tabela 31: Variação do Rho (ρ) na put.....	65
Tabela 32: Acionamento do circuit breaker da Bolsa Brasileira.....	74
Tabela 33: Indicadores de resultados para Petrobrás.....	77
Tabela 34: Indicadores de resultados para Vale.....	82
Tabela 35: ROE para o Itaú.....	87
Tabela 36: Indicadores de resultados para Ambev.....	94
Tabela 37: ROE para o Banco do Brasil.....	96

LISTA DE FIGURAS

FIGURAS

Figura 1: Circuit Breaker, 18/05/2017.....	43
Figura 2: Gráfico de preços e volume de VALE5 de 10/2016 a 06/2017.....	43
Figura 3: Gráfico de preço e volume da ação PETR4 de 11/2016 a 06/2017.....	46
Figura 4: Long Straddle.....	68
Figura 5: Short Straddle.....	69
Figura 6: Long Strangle.....	70
Figura 7: Short Strangle.....	71
Figura 8: Call Ratio Spread.....	72
Figura 9: Preços e volume de ITUB4 de 11/2016 a 04/2017.....	87

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

Segundo Bessada *et al.* 2005 o mercado de derivativos vem crescendo no Brasil ao longo dos anos e a cada dia mais pessoas se interessam pelo assunto. Em nosso país os mercados financeiros já se encontram bem desenvolvidos e oferecem várias formas eficientes de gestão de capital e risco.

De acordo com Bessada *et al.* 2005 os derivativos dependem da existência de um ativo de referência ou ativo objeto, sendo assim esses contratos só existem porque existe um produto que está sendo negociado à vista no mercado, como ações, índices, produtos agrícolas, taxas de juros entre outros produtos. Contudo só podem existir derivativos sobre ativos e mercadorias que possuem seu preço de negociação sendo estabelecido livremente pelo mercado.

Os derivativos podem ser financeiros e não financeiros. Dentre os financeiros estão os derivativos sobre taxas de juros, moedas, ações e índices. Já os não financeiros são formados por ativos agrícolas, como boi gordo, bezerro, algodão, soja, açúcar, álcool, milho, café e também petróleo (Bessada *et al.* 2005, pag. 21).

No Brasil, são negociados quatro tipos de derivativos em bolsas organizadas: os contratos a termo, os contratos futuros, os *swaps* e as opções. Os contratos a termo (*forward*) disponíveis em bolsa (mercado Bovespa) são contratos padronizados e negociados entre duas partes, trata-se de um contrato de compra e venda de um ativo (ação) no futuro, com um montante, preço e prazo pré-estabelecido e definido pelas partes (Bessada *et al.* 2005, pag. 21).

O contrato futuro tem o mesmo padrão do contrato a termo, porém este possui ajustes diários de posições e margens de acordo com o preço de ajuste da mercadoria, já o contrato a termo não possui ajustes diários (Bessada *et al.* 2005, pag. 21).

Segundo Bessada *et al.* 2005, os *swaps* (permutas) são contratos que consistem em trocas de rendimentos entre os investidores, podendo ser um na posição credora e o outro na posição devedora, sendo mais comum os *swaps* de taxas de juros, índices, câmbio e *commodities*. Entretanto, esse tipo de contrato futuro não envolve a troca do principal, ou seja,

é trocado somente a variação do preço do ativo objeto. Essas permutas são chamadas de trocas de fluxos, e podemos dizer que é a troca de risco entre duas partes.

Já as opções de acordo com Bessada *et al.* 2005 são contratos que permitem aos investidores terem o direito de comprar ou vender um ativo objeto em uma data futura. Estes contratos têm seu preço ajustado diariamente de acordo com o ativo objeto. As opções podem ser negociadas a qualquer momento até a data do vencimento do contrato, possibilitando muitas maneiras eficientes de gestão de capital e de risco, seja com o objetivo de proteção (*hedge*) ou de especulação.

O *hedger* vai operar no mercado de derivativos com o objetivo de se proteger contra perdas com mudanças de preços (risco de mercado), já o especulador opera com o objetivo de realizar lucros com a compra e venda de derivativos, ou seja, ele aposta em uma tendência de alta ou de baixa conforme suas estratégias (Bessada *et al.* 2005, pag. 22).

De acordo com Bessada *et al.* (2005) os *hedgers* são agentes econômicos que desejam se proteger dos riscos derivados das flutuações diversas nos preços de *commodities*, taxas de juros, moedas estrangeiras ou ações, e sua meta é realizar um *hedge* perfeito procurando eliminar completamente o risco. Geralmente sua atividade econômica principal está diretamente relacionada com a produção ou consumo de uma determinada mercadoria.

Os especuladores são os agentes econômicos, pessoa física ou jurídica, que estão dispostos a assumir os riscos das variações de preços. Motivados pelos ganhos financeiros esses agentes econômicos acabam se tornando indispensáveis nos mercados de derivativos, porque são eles que estão dispostos a assumir os riscos dos *hedgers*.

Complementando, Figueiredo (2010) descreve que o especulador tem um papel muito importante no mercado de derivativos, porque ele contribui para dar liquidez aos contratos, ou seja, quanto maior o número de negócios melhor para os que querem se proteger porque encontram um mercado sempre ativo para operar.

Para Bessada *et al.* (2005), uma função muito importante desempenhada pelos especuladores é a de projetar os preços. Esses agentes econômicos formam as expectativas dos preços dos bens e por esse motivo os mercados de derivativos estimulam a participação

desses agentes, porque, sem eles, as duas funções econômicas básicas desses mercados, que são transferência de risco e visibilidade de preços, na prática ficariam inviabilizadas.

No entanto, Bessada *et al.* (2005) diz que é preciso distinguir o especulador do manipulador. Enquanto o primeiro agente é importante para o funcionamento do mercado, o manipulador é predador e deve ser eliminado, uma vez que ele quer apenas provocar distorções artificiais nos preços dos contratos para obter ganhos fáceis, geralmente assumindo posição no derivativo e no ativo objeto. As bolsas e autoridades possuem regras severas quanto a esse tipo de prática.

Um terceiro grupo importante no mercado são os arbitadores que operam simultaneamente em vários mercados com o objetivo de achar discrepâncias nos preços de um determinado ativo ou produto. Ao realizarem seus lucros, os preços tenderão a se alinhar novamente e, portanto, esse agente econômico é responsável em manter o equilíbrio entre os preços à vista em diferentes mercados e também manter o equilíbrio entre o preço futuro e à vista (Bessada *et al.* 2005, pag. 26).

Neste estudo será abordado o principal derivativo negociado no Brasil por pessoas físicas que são as opções sobre ações. Com esses contratos, é possível realizar diversas estratégias de investimentos, proteção da carteira, proteção de uma ação, rentabilizar a carteira e alavancagem.

É comum entre investidores a ideia de que quando um *trader* negocia opções sobre ações está negociando volatilidade, contudo, existem vários tipos de volatilidades, como a volatilidade histórica, a atual, a futura, a prevista ou projetada, a estimada e a volatilidade implícita (Bessada *et al.* 2005, pag. 262).

Quando compramos ou vendemos uma opção não pagamos em volatilidade e sim um preço (prêmio), e saber se estamos pagando caro ou barato por essa opção seria a grande chave das estratégias com opções, ou seja, saber qual seria o preço justo da opção. Veremos que aumentos na volatilidade podem aumentar o preço das opções, tanto nos contratos de compra (*call*) quanto nos contratos de venda (*put*) (Bessada *et al.* 2005, pag. 262).

Como a volatilidade é uma variável importante na precificação das opções seria mais interessante se soubéssemos a volatilidade futura, que é aquela que o ativo objeto iria apresentar até a data do vencimento do contrato da opção, quando seria possível saber se a opção seria exercida com lucros. Contudo a volatilidade futura não pode ser objetivamente determinada, caso isso fosse possível não haveria um mercado de opções, mas essa volatilidade pode ser estimada (Silva, 1998).

De acordo com Silva (1998), as teorias de precificações começaram a ser desenvolvidas no ano de 1900 por Bachelier com a utilização da estatística clássica. Posteriormente, Sprenkle, em 1961, e depois Boness, em 1963, deram continuidade ao seu estudo. Em 1965, esse trabalho foi aperfeiçoado por Samuelson e, somente em 1973, foi publicado um modelo para solução de equilíbrio geral para avaliação do prêmio das opções desenvolvido por Fischer Black e Myron Scholes. Esse trabalho precursor é muito utilizado por *traders* e na área acadêmica.

Para precificar as opções será utilizado o modelo de Black e Scholes, o qual utiliza em um dos seus parâmetros a volatilidade do ativo objeto para o cálculo do preço da opção. Segundo Bessada *et al.* (2005), com base na volatilidade estimada e na volatilidade implícita podem ser determinadas estratégias de proteção ou especulação nos contratos de opções sobre ações. Essas volatilidades também podem servir tanto como fator de entrada e saída em opções de compra (*call*) ou de venda (*put*), comprado (*long*) ou vendido (*short*), conforme expectativas do mercado, seja em relação à divulgação de resultados das empresas, ou no caso de fatores internacionais, fatores locais, fatores políticos, eleições nacionais e internacionais, crises, incertezas de mercado, riscos naturais, riscos setoriais, entre outros eventos que poderiam gerar expectativas boas ou ruins para as empresas ou ações.

Para este estudo foram selecionados alguns contratos de opções sobre ações de algumas empresas brasileiras registradas na bolsa de valores B3 (antiga BM&FBovespa). Foram coletados preços das opções no mercado via *Home Broker* e também foram utilizados dados históricos da Bolsa e sites como Bloomberg dentre outros. O critério de seleção das ações foram as empresas que possuem uma maior participação no índice Bovespa, e também possuem uma maior liquidez nos contratos de opções.

O trabalho foi dividido em 8 capítulos. No Capítulo 1 será feita uma introdução sobre os derivativos e os agentes econômicos envolvidos, no Capítulo 2 serão abordados os conceitos e classificações das opções. Já no Capítulo 3, é feita uma análise de modelos de precificação e suas variáveis, e no Capítulo 4 foi realizado um estudo mais detalhado sobre as volatilidades e seus efeitos. Por sua vez, no Capítulo 5, estudaram-se as medidas de sensibilidade ou letras gregas que nos permitem analisar melhor os contratos e seus riscos, e no Capítulo 6, foram estudadas algumas das várias estratégias que os investidores podem realizar com as opções. Já no Capítulo 7, serão ilustradas algumas das operações possíveis com foco nas volatilidades e como um investidor pode se apoiar nessa variável para determinar uma estratégia ou tendência de um ativo ou contrato, e por fim, no Capítulo 8, foram incluídas as conclusões deste estudo.

CAPÍTULO 2 –CONCEITOS E CLASSIFICAÇÃO DAS OPÇÕES

2.1 –Tipos de opções sobre ações e os agentes envolvidos

De acordo com Figueiredo (2010), existem no mercado de opções dois agentes envolvidos, que serão sempre um Titular (Comprador) e um Lançador (Vendedor). Existem as opções de compra (*call*) que dão o direito de compra ao Titular e a obrigação de venda ao Lançador do contrato em uma data prevista futura, e as opções de venda (*put*), que dão o direito de venda ao Titular e a obrigação de compra ao Lançador do contrato em uma determinada data no futuro, até o vencimento do contrato.

Para exercer esse direito de compra ou de venda no contrato de opção o Titular deverá pagar um prêmio ao Lançador e este assumirá sua obrigação de vender ou comprar o ativo objeto da opção em uma data futura (Figueiredo 2010).

As opções sobre ações funcionam como, por exemplo, o seguro de um carro. O Titular ou dono do carro faz um seguro, ou contrato, de seu bem ou ativo com a Seguradora (Lançador), e para isso ele paga um prêmio para ter o direito de ser ressarcido no futuro caso houver uma colisão, ou em caso de furto ou roubo. Caso isso aconteça o Lançador terá a obrigação de fazer valer o direito do Titular previsto no contrato. Uma das diferenças entre o seguro do carro e as opções sobre ações é que o Titular poderá passar o seu contrato para outra pessoa antes do vencimento caso for do seu interesse, através da bolsa de valores ou balcão, e com isso ele poderá tentar obter o seu prêmio de volta com algum lucro ou prejuízo. Em outras palavras, a opção, diferente da apólice de seguro, possui um mercado secundário (Fonte: Elaborado pelo autor).

2.2–Classificação das opções

De acordo com Silva (1994), como existem várias opções em negociação nas Bolsas, foi preciso criar um sistema de classificação que individualizaria cada contrato, e que facilitaria as negociações. Assim foi criada uma classificação sendo definida pelo tipo, classe e série da opção. Estas classificações são feitas conforme o ativo objeto, tempo até o vencimento e o preço de exercício.

O tipo da opção será de compra (*call*) ou uma opção de venda (*put*), a classe da opção é definida pela data de vencimento e a série da opção é determinada pelo preço de exercício (*strike*).

A nomenclatura da opção então será definida pela abreviação do ativo objeto, por exemplo, Banco Itaú (ITUB) ou Petrobrás (PETR), seguido por uma letra que indicará o mês do vencimento mais um número que indicará o preço de exercício.

Para uma opção do Banco Itaú com vencimento em abril e preço de exercício R\$ 35,00 ficaria da seguinte forma, ITUBD35 para uma *call* e ITUBP35 para uma *put*. Para uma opção da Petrobrás com vencimento em março e preço de exercício R\$ 15,00, ficaria da seguinte forma, PETRC15 para uma *call* e para uma *put* ficaria PETRO15. No Quadro 1, seguem as letras que representam os meses de vencimento para cada tipo de contrato de opção.

Quadro 1: Vencimento dos contratos de opções sobre ações.

Call	Put	Vencimento
A	M	Janeiro
B	N	Fevereiro
C	O	Março
D	P	Abril
E	Q	Maio
F	R	Junho
G	S	Julho
H	T	Agosto
I	U	Setembro
J	V	Outubro
K	W	Novembro
L	X	Dezembro

Fonte: Figueiredo (2010)

Segundo Hull (2016), as opções podem ser classificadas como do tipo americano ou europeu, sendo que as opções americanas podem ser exercidas a qualquer momento até a data do vencimento do contrato, enquanto que as opções do tipo europeu só poderão ser exercidas na data do seu vencimento. No Brasil, a maioria das opções de compra (*call*) são do tipo americana, e todas as opções de venda (*put*) são do tipo europeu.

Silva (1994) explica que o Brasil é o único país no mundo onde as opções de compra são do tipo americano e as opções de venda do tipo europeu. Essa característica se deveu à alta inflação da época anterior ao Plano Real, ou seja, se todas as opções no Brasil fossem do tipo americano o preço do ativo no futuro seria geralmente superior ao preço de hoje e as opções de compra nunca seriam exercidas antes do vencimento.

Já para opções de venda (*put*), no entanto, estariam sempre dentro do dinheiro, fazendo com que essas opções pudessem custar muito caro caso pudessem ser exercidas a qualquer momento. Caso as *puts* fossem do tipo americano seria difícil negociá-las porque o comprador poderia exercê-las no momento da compra da opção para não incorrer perdas com a correção monetária.

2.3 – Classificação das opções quanto à possibilidade de exercício

As opções sobre ações são classificadas conforme a probabilidade de serem exercidas no futuro – é a relação do preço de exercício com o preço do ativo objeto conforme Quadro 2.

Quadro 2: Classificação da opção.

Classificação	Opção de Compra (<i>Call</i>)	Opção de Venda (<i>Put</i>)
Dentro do Dinheiro (<i>In the money</i>)	Preço do ativo objeto é maior que o preço de exercício	Preço do ativo objeto é menor que o preço de exercício
No Dinheiro (<i>At the Money</i>)	Preço do ativo objeto é igual ao preço de exercício	Preço do ativo objeto é igual ao preço de exercício
Fora do Dinheiro (<i>Out of the money</i>)	Preço do ativo objeto é menor que o preço de exercício	Preço do ativo objeto é maior que o preço de exercício

Fonte: (Silva 1994, pag. 20)

De acordo com Silva (1994), essa classificação foi desenvolvida nos Estados Unidos e no mercado europeu onde a inflação é baixa e não distorce as relações entre o preço do ativo objeto no presente e na sua data de exercício, que será em uma data futura.

Quando formos analisar um contrato de opção devemos pensar no valor do ativo objeto no futuro, por ser efetivamente o fator que está atrelado ao risco da opção ser exercida na data do vencimento do contrato, também é importante analisar se uma opção está dentro ou fora do dinheiro para definir o seu prêmio.

Para isso podemos inflacionar o valor do ativo ou deflacionar o preço de exercício para a data presente, depois compará-los para ter uma ideia da probabilidade de exercício da opção, e caso isso não seja possível podemos calcular o preço do ativo em uma data futura com base no custo de carregamento que se dá pela fórmula abaixo (Silva 1994, pag. 20):

$$VF = S (1 + r)^{n/m} + C + e$$

Onde:

VF = Valor futuro do ativo ou bem;
 S = Valor do ativo ou bem no mercado hoje;
 r = Taxa de juros livre de risco ou custo de oportunidade;
 n = Tempo a decorrer até o vencimento do contrato;
 m = Base da taxa de juros;
 C = Custo de estocagem ou custódia, no caso de ativos financeiros;
 e = Fator de erro da fórmula;

2.4 – Vencimento dos contratos

Com a padronização dos contratos de opções, os prazos estabelecidos pela Bolsa não permitem uma total flexibilidade, e deve-se utilizar um contrato de opção que irá cobrir todo o período em que o ativo objeto iria ficar exposto a um determinado risco. Os contratos de opções sobre ações vencem na bolsa brasileira B3 sempre na terceira segunda-feira de cada mês.

2.5 – Posições que podem ser assumidas em contratos de opções

Podemos assumir quatro posições nos contratos de opções sobre ações conforme a estratégia mais adequada:

- 1 – Comprar uma *call* (comprado ou *long* na opção de compra);
- 2 – Vender uma *call* (vendido ou *short* na opção de compra);
- 3 – Comprar uma *put* (comprado ou *long* na opção de venda);
- 4 – Vender uma *put* (vendido ou *short* na opção de venda).

Conforme Hull (2016), as opções sobre ações são geralmente do tipo americano, assim o investidor não precisa esperar até o vencimento para exercer a opção, porém para as opções do tipo europeu é sempre útil caracterizar em termos de seu valor final ou resultado (*payoff*) do investidor na data de exercício. Para cada uma das quatro posições assumidas teremos o seguinte resultado sendo S_t o preço do ativo e K o preço de exercício ou *strike*:

1- Posição *long* na *call*:

$$\text{Máx}(St - K, 0)$$

2- Posição *short* na *call*:

$$-\text{Máx}(St - K, 0) = \text{Min}(K - St, 0)$$

3- Posição *long* na *put*:

$$\text{Máx}(K - St, 0)$$

4- Posição *short* na *put*:

$$-\text{Máx}(K - St, 0) = \text{Min}(St - K, 0)$$

Nas opções do tipo europeu, é possível observar que o resultado final da operação depende do preço final do ativo objeto. Na *call*, se o preço do ativo objeto (St) ficar acima do preço de exercício (K) o Titular poderá exercer o seu direito de compra (se $St > K$), pelo fato de o ativo objeto estar mais caro no mercado do que o preço determinado no contrato (*strike*). Caso o preço K for maior que o preço St o Titular não exercerá seu direito (se $St < K$), porque ele poderá adquirir o ativo objeto no mercado a um preço menor (Hull 2016).

Já na *put*, caso o ativo objeto (St) apresente seu preço de mercado abaixo do preço de exercício (K), o Titular poderá exercer o seu direito de venda (se $St < K$). Pelo fato de conseguir vender o ativo objeto a um preço maior que o preço de mercado, podemos dizer que está protegido de quedas maiores no preço da sua ação ou carteira de ativos. Caso o preço de exercício (*strike*) for menor que o preço de mercado do ativo objeto, o Titular não exercerá seu direito de venda (se $K < St$), porque poderá vender a um preço mais alto no mercado (Hull 2016).

Para comprar uma *call* ou uma *put* o Titular irá desembolsar um prêmio para ter o direito de fazer algo no futuro, sua perda está limitada somente ao prêmio (Hull 2016). Por exemplo, caso o investimento seja de R\$ 1.000,00, poderá perder no máximo esse valor.

O Titular também poderá vender uma *call* ou uma *put*, e para isso ele irá receber o prêmio e terá uma obrigação de comprar ou vender as ações em uma data futura. Como esse tipo de operação envolve mais riscos, o Titular na maioria das vezes não poderá operar a descoberto, ou seja, investir sem deixar garantias que assumirá sua obrigação. Na maioria dos

casos, as corretoras e a Bolsa irão pedir garantias (operar coberto), podendo ser em dinheiro, ações em custódia na carteira, títulos públicos ou a compra do ativo objeto da opção (Hull 2016).

2.6 – Câmara de Compensação ou *Clearing House*

De acordo com Silva (1998), os valores que passaram a circular nas Bolsas começaram a ficar muito grandes e problemas na liquidação das posições poderiam atingir proporções catastróficas, e isso iria comprometer a confiança no sistema. Então os corretores perceberam que se um de seus clientes não honrasse suas obrigações a corretora poderia passar por problemas, perdendo a confiança do mercado e provavelmente estariam fora do mercado.

Para evitar esses problemas os corretores decidiram criar uma instituição com o objetivo de garantir as operações realizadas na bolsa, e foi então criada a câmara de compensação ou *clearing house*, que geralmente são associações compostas por membros de compensação (*clearing members*), que capitalizam a empresa. Ela é responsável pela compensação e liquidação das posições assumidas na bolsa pelos participantes, e caso um corretor não for um *clearing member*, ele deverá obrigatoriamente contratar um membro para representá-lo.

Segundo Hull (2016), os membros de compensação devem atender a uma exigência mínima de capital e depositar uma margem em um fundo especial que pode ser utilizado para cobrir eventuais obrigações. O Lançador da opção manterá uma conta de margem com o seu corretor, e este vai manter uma conta de margem junto a um membro de compensação, que por sua vez também terá uma conta de margem junto a câmara de compensação.

Silva (1998) explica que a corretora é a garantidora final dos seus clientes, e a câmara de compensação garante a operação perante os outros membros do mercado evitando que os contratos não sejam honrados.

Porém, apesar de haver um sistema de garantias, é o corretor o garantidor final da operação, e por esse motivo a maioria dos clientes que desejarem vender uma *call* ou uma *put* não poderão operar sem garantias, ou seja, será exigida uma margem.

CAPÍTULO 3 – MODELOS DE PRECIFICAÇÃO E SUAS VARIÁVEIS

2.1 – Modelos de precificação

De acordo com Rubash (2017), métodos para precificar opções modernas com base no cálculo estocástico são considerados entre as mais complexas técnicas matemáticas de todas as áreas de finanças aplicadas, que têm origem em 1877 quando Charles Castelli escreveu um livro chamado “*The Theory of Options in Stocks and Shares*”, e introduziu os aspectos de *hedge* e especulação das opções, porém esse trabalho não tinha qualquer base teórica consistente. Em 1900 o matemático Louis Bachelier ofereceu a primeira avaliação analítica para opções em sua dissertação de doutorado em matemática “*Théorie de La Spéculation*”. Ele estava no caminho certo do processo estocástico, entretanto utilizou uma versão desse processo que fez com que alguns preços ficassem negativos, e que em outros casos os preços de opções excederam o preço do ativo objeto.

Schachermayer e Teichmann (2017) comentam em seu estudo que o matemático Louis Bachelier é considerado precursor da matemática financeira. Ao introduzir em Finanças o movimento browniano, que é um processo estocástico, Bachelier estava bem próximo de uma fórmula plausível de precificação de opções, e foi o primeiro a estudar o movimento browniano com variáveis matemáticas.

Diferente do processo determinístico, que é previsível, o processo estocástico pode ser considerado como uma sequência de variáveis aleatórias, de tal maneira que, mesmo conhecendo a condição inicial, há infinitos caminhos ou trajetórias futuras. O movimento browniano foi uma homenagem ao biólogo escocês Robert Brown que, em 1827, ao observar partículas de pólen sobre a água em um microscópio, constatou que as partículas se moviam de forma completamente irregular (Salinas 2017).

Salinas (2017) comenta em seu estudo que Albert Einstein conseguiu explicar as observações de Brown em sua tese de doutorado aceita em julho de 1905 pela Universidade de Zurique, na Suíça, e constatou que o pólen se movia por moléculas de água individuais, e que a força de bombardeamento atômico muda constantemente, de forma que, em diferentes momentos, a partícula é mais atingida de um lado do que de outro provocando um movimento aleatório. Seu estudo ajudou na confirmação de que átomos e moléculas realmente existiam, e Einstein ganhou Prêmio Nobel em 1921 por suas contribuições à Física. O estudo de Einstein

foi comprovado por Jean Baptiste Perrin em 1908 e foi decisivo para a aceitação da realidade dos átomos e moléculas. Perrin ganhou o Prêmio Nobel de Física em 1926.

Segundo Rubash (2017), o trabalho de Bachelier e o movimento browniano também interessaram a um professor do Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT), Paul Samuelson, que em 1955 escreveu um artigo intitulado “*Brownian Motion in the Stock Market*”. Nesse mesmo ano, Richard Kruizenga, um dos alunos de Samuelson, citou o trabalho de Bachelier em sua dissertação intitulada “*Put and Call Options: A Theoretical and Market Analysis*”.

Em 1962, a dissertação de doutorado de James Boness na Universidade de Chicago intitulada “*A Theory and Measurement of Stock Option Value*” focou em opções. Em seu trabalho, Boness desenvolveu um modelo de preços que representou um salto teórico significativo em relação a seus antecessores, uma vez que o modelo permitia arbitragens (Rubash 2017).

O trabalho de Boness foi um dos precursores do modelo desenvolvido por Fischer Black e Myron Scholes, que chegaram à fórmula final por volta do fim da década de 1960. Contudo, seu trabalho acadêmico, chamado “*The Pricing of Options and Corporate Liabilities*”, só foi publicado em 1973 (Rubash 2017).

Black e Scholes tiveram muitas dificuldades para publicar seu trabalho. Nas primeiras tentativas, em 1970, o “*Journal of Political Economy*” da Universidade de Chicago e o “*Review of Economics and Statistics*” de Harvard rejeitaram o trabalho. Somente em 1973 eles conseguiram publicar no “*Journal of Political Economy*”, cujo corpo editorial reconsiderou a decisão negativa anterior. (Rubash 2017).

Neste período, o engenheiro e matemático Robert C. Merton estava obtendo seu título de doutor em economia pelo MIT quando conheceu Black e Scholes. Merton contribuiu para o desenvolvimento do modelo, e foi o primeiro a publicar um artigo, em 1973, expandido o trabalho original, que teve o título de “*Theory of Rational Option Pricing*” (Rubash 2017).

Robert C. Merton e Myron Scholes receberam o Prêmio Nobel de Economia em 1997 pelo modelo de Black e Scholes e outros estudos relacionados, mas Black havia falecido em

1995. A fórmula de Black e Scholes ainda é muito utilizada por *traders* e investidores de todas as partes do mundo, principalmente para calcular a volatilidade das ações no mercado financeiro. Referindo-se aos trabalhos anteriores sobre opções, esses autores afirmam:

“A maior parte dos trabalhos anteriores sobre a avaliação de opções foi expresso em termos de *warrants*¹. Por exemplo, Sprenkle (1961), Ayres (1963), Boness (1964), Samuelson (1965), Baumol, Malkiel e Quandt (1966) e Chen (1970) produziram fórmulas de avaliação com o mesmo padrão geral. Essas fórmulas, no entanto, não podem ser consideradas completas uma vez que todas dependem de um ou mais parâmetros arbitrários” (Black e Scholes 1973, pag. 639).

Black e Scholes (1973, pag. 639) citam como exemplo a fórmula de Sprenkle para o valor de uma opção:

$$kSN(d1) - k^*cN(d2)$$

$$d1 = \frac{\ln \frac{kS}{c} + \frac{1}{2}\sigma^2(t^* - t)}{\sigma\sqrt{(t^* - t)}}$$

$$d2 = \frac{\ln \frac{kS}{c} - \frac{1}{2}\sigma^2(t^* - t)}{\sigma\sqrt{(t^* - t)}}$$

Onde:

S: preço da ação;

c: preço de exercício;

t*: data de vencimento;

t: data atual;

σ : desvio-padrão do retorno sobre as ações;

ln: logaritmo natural;

N(d): função de densidade normal acumulada.

No entanto, k e k* são parâmetros desconhecidos. De acordo com Black e Scholes

“Sprenkle (1961) define k como a razão entre o valor esperado do preço da ação no vencimento e o preço atual da ação, e k* como um fator de desconto que depende do risco da ação, e ele tenta estimar os valores de k e k * empiricamente, mas descobre que não consegue fazê-lo” (Black e Scholes, 1973, pag. 639).

¹*Warrant* é uma opção de compra de ações que é emitida pela própria empresa – é uma opção de balcão. Alguns acreditavam que era mais fácil ganhar dinheiro com *warrants* do que com ações. (Hull, 2005, pág. 221)

Ainda de acordo com Black e Scholes (1973, pag. 639-40):

“Samuelson (1965) tem os parâmetros desconhecidos α e β , onde α é a taxa de retorno esperada da ação e β é a taxa de retorno esperada na *warrant* ou a taxa de desconto a ser aplicada na *warrant*. Ele assume que a distribuição de valores possíveis da ação no vencimento da *warrant* é log-normal e leva os valores esperados da distribuição até ao preço de exercício, então desconta-se esse valor esperado para o valor presente na taxa β . Infelizmente, não parece haver modelo de preços sob condições de equilíbrio de mercado de capitais que faria deste um procedimento apropriado para determinar o valor de uma *warrant*”.

3.2 – Modelo de precificação de Black-Scholes

Black e Scholes (1973) comentam que ao derivar a fórmula para o valor de uma opção em termos do preço da ação serão assumidas condições ideais no mercado para a ação e para a opção, a partir de sete suposições (Black e Scholes 1973, pag. 640):

- 1 - A taxa de juros livre de risco no curto prazo é conhecida e é constante ao longo do tempo.
- 2- Os preços das ações seguem um caminho aleatório em tempo contínuo com uma variância proporcional ao quadrado do preço das ações, assim a distribuição dos possíveis preços das ações no final de qualquer intervalo finito é log-normal, a variância da taxa de retorno sobre a ação é constante.
- 3- A ação não paga dividendos ou outras distribuições.
- 4- A opção é do tipo europeu, ou seja, só pode ser exercida no vencimento.
- 5 - Não há custos de transação na compra e na venda da ação ou da opção.
- 6- É possível emprestar qualquer fração do preço de um título para comprá-lo, ou mantê-lo, a uma taxa de juros de curto prazo.
- 7 -Não há penalidades para venda a descoberto, ou seja, um vendedor que não possui um ativo simplesmente receberá o preço do ativo do comprador e concordará em encerrar a posição em alguma data futura pagando um valor igual ao preço do ativo nessa data.

Abaixo são apresentadas as fórmulas de precificação de Black-Scholes para a *call* e a *put* do tipo europeu: (Black-Scholes 1973, pag. 644 e pag. 647)

$$C = SN(d1) - Ke^{-rT}N(d2)$$

$$P = -SN(-d1) + Ke^{-rT}N(-d2)$$

$$d1 = \frac{\ln \frac{S}{K} + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d2 = \frac{\ln \frac{S}{K} + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d2 = d1 - \sigma \sqrt{T}$$

Onde:

C: preço da *call*;

P: preço da *put*;

S: preço da ação;

K: preço de exercício;

T :(t^*-t) = tempo até o vencimento;

σ : desvio-padrão do retorno sobre as ações;

ln: logaritmo natural;

e: base dos logaritmos naturais = 2,718282.....;

N(d): função de densidade normal acumulada.

Podemos separar as fórmulas em duas partes. Para a *call*, em SN(d1) temos a derivação do benefício esperado ao comprar o ativo, multiplicando-se o valor do ativo objeto (S) pelas alterações no preço (prêmio) com relação a mudanças no preço do ativo objeto N(d1). Na outra parte do cálculo, temos o valor presente do preço de exercício na data do vencimento. O preço justo é calculado pela diferença das duas partes da fórmula.

Conforme Silva (1994), a função log-normal vai restringir as oscilações negativas de preços, e pode ser calculada de acordo com a seguinte fórmula:

$$\ln N(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\ln \frac{x}{\mu}}{2\sigma^2}}$$

Os preços das ações seguem um passeio aleatório (*random walk*) e as variações percentuais no preço da ação em um período de tempo curto são normalmente distribuídas. Através da função log-normal pode ser representado o caminho aleatório do preço da ação S em qualquer data no futuro. Enquanto a distribuição normal pode apresentar valores positivos e negativos, a função log-normal apresenta somente valores positivos, onde $\Phi[m,s]$ representa a distribuição normal com média m e desvio-padrão s , o qual pode se escrever conforme abaixo (Hull 2005, pag. 290):

$$\ln St \sim \Phi\left[\ln S + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T, \sigma\sqrt{T}\right]$$

Deve ser utilizada uma Tabela para a distribuição normal ou algum programa como o Excel para calcular a função normal acumulada. Outra alternativa é usar uma aproximação numérica, conforme as fórmulas abaixo (Hull2005, págs. 301 e 302):

$$N(x) = 1 - N'(x)(a_1k + a_2k^2 + a_3k^3 + a_4k^4 + a_5k^5) \text{ quando } x \geq 0$$

$$N(x) = 1 - N(-x) \text{ quando } x \leq 0$$

$$k = \frac{1}{1 + \gamma x}$$

Onde:

$$\gamma = 0,2316419;$$

$$a_1 = 0,319381530;$$

$$a_2 = -0,356563782;$$

$$a_3 = 1,781477937;$$

$$a_4 = -1,821255978;$$

$$a_5 = 1,330274429.$$

$$N(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$N(x)$: função densidade normal;

$N'(x)$: função normal padronizada, com desvio-padrão igual a 1 e média igual a 0

μ : média;

σ : desvio-padrão;

$\pi = 3,14159265$;

$e = 2,718282\dots$

É possível chegar a algumas conclusões sobre o preço das opções sobre ações sem fazer qualquer estimativa da volatilidade dos preços das ações. O preço da *call* de uma ação deve ser sempre menor que o preço da ação. Da mesma forma, pode-se dizer que o valor da *put* deve ser sempre menor que o preço de exercício (K).

Para uma *call* do tipo europeu sobre uma ação que não paga dividendos, seu preço deve ser maior que (Hull 2016, pag.267):

$$\text{máx}(S - Ke^{-rT}, 0)$$

No caso da *put* do tipo europeu sobre uma ação que não paga dividendos, ela deve valer mais que (Hull 2016, pag.267):

$$\text{máx}(Ke^{-rT} - S, 0)$$

Quando são esperados dividendos com o valor presente de D , o limite inferior para o preço da *call* fica conforme a fórmula abaixo:

$$\text{máx}(S - D - Ke^{-rT}, 0)$$

E para a *put* do tipo europeu o limite inferior considerando os dividendos fica:

$$\text{máx}(Ke^{-rT} + D - S, 0)$$

Podemos estabelecer uma paridade *put-call*, que é a relação de preço quando ambas têm o mesmo ativo-objeto (mesma ação), mesmo vencimento e mesmo preço de exercício. Para a ação que não paga dividendos, temos a seguinte paridade (Hull 2016, pag. 266):

$$C + Ke^{-r} = P + S$$

E para a ação que paga dividendos, a paridade *put-call* fica da seguinte forma (Hull 2016, pag. 266):

$$C + D + Ke^{-rT} = P + S$$

A paridade *put-call* não funciona para as opções do tipo americano, contudo é possível utilizar a teoria da arbitragem para obter os limites superiores e inferiores para a diferença entre os preços de *call* americana e da *put* americana (Hull 2005, pag.247).

O modelo de Black e Scholes permite ainda incluir outras variáveis, tornando-o um modelo para precificação de diversos ativos. O primeiro a expandir a fórmula foi Merton, que propôs uma fórmula de Black-Scholes generalizada (Bessada *et al.*, 2005, pag. 267):

$$C = Se^{-q} N(d1) - Ke^{-rT} N(d2)$$

$$P = -Se^{-qT} N(-d1) + Ke^{-r} N(-d2)$$

$$d1 = \frac{\ln \frac{S}{K} + \left(r - q + \frac{\sigma^2}{2} \right) T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d2 = d1 - \sigma \sqrt{T}$$

Onde a variável q é:

q : taxa contínua de dividendos para opções europeias (Modelo de Merton);

q : taxa de juros da moeda estrangeira para opções europeias de moedas, no Brasil é a taxa do cupom cambial (Modelo Garman e Kohlhagen);

q : taxa de juros livre de risco para opções europeias sobre futuros (Modelo de Black).

Merton teve uma contribuição importante ao modelo de Black e Scholes ao generalizar o uso da fórmula. Sobre ele, diz a Academia de Ciências da Suécia: “Sua metodologia pavimentou o caminho para avaliações econômicas em muitas áreas, também gerou novos tipos de instrumentos financeiros e possibilitou a administração eficiente de risco na sociedade” (Bessada *et al.* 2005, pag. 266).

3.3 – Valor intrínseco e valor extrínseco

O preço de uma opção pode ser subdividido em duas partes, uma sendo o valor intrínseco (VI) e a outra parte o valor extrínseco (VE) ou valor tempo (prêmio de risco).

O VI é a relação do preço do ativo objeto (S) com o preço de exercício (K), e é determinado pela proporção da opção que está dentro do dinheiro, ou seja, caso fosse exercida quanto ganharíamos com a opção. O VI nos diz se a opção tem algum valor real no seu prêmio.

Silva (1994) diz que essa parte do prêmio da opção (VI) só será perdida se o mercado se mover contra a posição, por exemplo, se o mercado cair e estivermos comprados em uma *call* ou no caso do mercado subir e estivermos comprados em uma *put*. Entretanto apesar de podermos separar o VI do prêmio de risco (VE), isso não quer dizer que não haverá risco pela parte gasta para comprar a opção.

O valor extrínseco (VE), que também é conhecido por Theta, representa o grau de tempo ou de incerteza em relação à direção do ativo objeto. Quanto maior a incerteza sobre essa direção maior será o valor extrínseco, pode se dizer que o VE é o valor pago pelo tempo até o vencimento acrescido de variáveis como volatilidade, taxa de juros, inflação,

expectativas, entre outros fatores que podem vir a ocorrer. O investidor que deseja comprar uma opção desejará pagar um menor VE, já o investidor que deseja vender uma opção desejará um maior valor extrínseco.

O cálculo do valor intrínseco (VI) para uma *call* e uma *put* será da seguinte forma:

$$\text{Call: } VI = S - K$$

$$\text{Put: } VI = K - S$$

No entanto, valores negativos estão excluídos – nesse caso $VI = 0$. Para o cálculo do valor extrínseco tanto para a *call* quanto para a *put* a fórmula será:

$$VE = \text{Prêmio} - VI$$

Por exemplo, para uma *call* dentro do dinheiro sobre uma ação (S) com preço de R\$15,00, preço de exercício (K) igual a R\$14,00 e a opção cotada a R\$ 1,40 o cálculo de VI e do VE serão:

$$VI = 15,00 - 14,00 = 1,00$$

$$VE = 1,40 - 1,00 = 0,40$$

Caso essa opção estivesse fora do dinheiro, com a ação valendo R\$. 13,00, o mesmo *strike* de R\$. 14,00e a opção com valor de R\$. 1,15 o cálculo ficaria:

$$VI = 13,00 - 14,00 \rightarrow 0,00$$

$$VE = 1,15 - 0,00 = 1,15$$

Nas opções fora do dinheiro (OTM) o valor intrínseco é zero, esse valor nunca será negativo, assim o valor da opção é composto apenas do valor extrínseco ou valor tempo, e da expectativa de valorização da ação no caso da *call*, ou desvalorização da ação no caso da *put*.

O valor extrínseco nos revela se a ação possui grandes incertezas até a data do seu vencimento, quanto maior o VE, maior será a incerteza sobre a direção da ação.

3.4 – Variáveis que influenciam os preços das opções

De acordo com o modelo de Black-Scholes os preços das opções sobre ações são influenciados por seis variáveis: o preço de mercado do ativo objeto ou *stocks* (S), o preço de

exercício ou *strike* (K), tempo até o vencimento (T), a taxa de juros livre de risco (r), a volatilidade do preço da ação (σ) e os dividendos esperados durante a vigência da opção (taxa de retorno q).

3.5 – Preço do ativo objeto (S)

Podemos dizer que o preço do ativo objeto é a variável que tem mais influência nos preços (prêmios) das opções sobre ações. Para a *call* quanto mais subir o preço do ativo mais o seu preço irá subir, isso se explica pelo fato de que quanto maior for o preço do ativo objeto maior serão as chances de a opção de compra entrar no dinheiro, ou seja, ser exercida com lucros.

Na Tabela 1 podemos ver o efeito no preço da opção de compra com um aumento no preço do ativo S, mantendo as demais variáveis constantes:

Tabela 1: Aumento no preço do ativo S para a *call*.

Início	20/03						
Tipo	Prêmio	(S)	(K)	(T)	(r)	(σ)	(q)
<i>call</i>	0,51	15,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,97	16,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	1,61	17,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	2,39	18,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	3,27	19,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

Já para a *put* quanto menor for o preço do ativo objeto maior será o preço da opção, porque se o preço da ação subir a opção de venda sai do dinheiro, ou seja, diminui a possibilidade de ser exercida com lucros. Podemos ver na Tabela 2 o efeito de uma queda no preço do ativo S, teremos um aumento no preço da opção de venda mantendo as demais variáveis constantes:

Tabela 2: Queda no preço do ativo S para a *put*.

Início	20/03						
Tipo	Prêmio	(S)	(K)	(T)	(r)	(σ)	(q)
<i>put</i>	0,11	19,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,24	18,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,46	17,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,82	16,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>put</i>	1,36	15,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.6 – Preço de exercício (*Strike*) (K)

O preço de exercício determina a relação da opção com o ativo objeto. Para a *call*, quanto maior for o preço de exercício menor será o seu prêmio porque maior será o preço de compra do ativo objeto no caso de o Titular querer exercer o seu direito. Quanto menor for o preço de exercício, maior será o prêmio porque apresenta maior possibilidade de ser exercido, estar dentro do dinheiro. Na tabela abaixo, podemos ver o efeito de um aumento no preço de exercício K, o preço da *call* será menor, mantendo constantes as demais variáveis:

Tabela 3: Aumento no preço de exercício K para a *call*.

Início	20/03						
Tipo	Prêmio	(S)	(K)	(T)	(r)	(σ)	(q)
<i>call</i>	2,30	16,00	14,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	1,55	16,00	15,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,97	16,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,56	16,00	17,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,30	16,00	18,00	17/04	12,00%	50,00%	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

De acordo com Hull (2016) para a opção de venda (*put*) o valor a ser recebido (*payoff*) no vencimento é o montante em que o preço de exercício ultrapassa o preço à vista. Portanto a *put* se comporta de maneira oposta a *call*, a opção vai valer mais a medida que o preço de exercício aumenta conforme demonstrado na Tabela 4, as demais variáveis foram mantidas constantes.

Tabela 4: Aumento no preço de exercício K para a *put*.

Início	20/03						
Tipo	Prêmio	(S)	(K)	(T)	(r)	(σ)	(q)
<i>put</i>	0,17	16,00	14,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,41	16,00	15,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,82	16,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>put</i>	1,40	16,00	17,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>put</i>	2,13	16,00	18,00	17/04	12,00%	50,00%	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.7 – Tempo até o vencimento (T)

O tempo até o vencimento valoriza tanto as opções de compra quanto as opções de venda, o Titular de uma opção com prazo maior terá mais oportunidades de exercício do que na opção com prazo menor, nas Tabelas 5 e 6 podemos ver os aumentos nos preços das

opções alterando a data do vencimento (T), os vencimentos sempre na terceira segunda-feira de cada mês, sem alteração nas demais variáveis.

Tabela 5: Aumento no tempo até o vencimento T para a *call*.

Início	20/03						
Tipo	Prêmio	(S)	(K)	(T)	(r)	(σ)	(q)
<i>call</i>	0,97	16,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	1,38	16,00	16,00	15/05	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	1,80	16,00	16,00	19/06	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	2,10	16,00	16,00	17/07	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	2,44	16,00	16,00	21/08	12,00%	50,00%	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 6: Aumento no tempo até o vencimento T para a *put*.

Início	20/03						
Tipo	Prêmio	(S)	(K)	(T)	(r)	(σ)	(q)
<i>put</i>	0,82	16,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>put</i>	1,09	16,00	16,00	15/05	12,00%	50,00%	0
<i>put</i>	1,33	16,00	16,00	19/06	12,00%	50,00%	0
<i>put</i>	1,49	16,00	16,00	17/07	12,00%	50,00%	0
<i>put</i>	1,65	16,00	16,00	21/08	12,00%	50,00%	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.8 – Taxa de juros (r)

Segundo Hull (2016) a taxa de juros livre de risco afeta de forma menos clara o preço das opções, com uma expansão na taxa de juros de uma economia a tendência é de um aumento no crescimento esperado para o preço do ativo objeto, porém reduz o valor atual dos fluxos de caixas esperados pelo Titular no futuro.

Como a tendência é de aumento no preço da ação com um aumento nos juros a opção de compra irá se valorizar e a opção de venda irá se desvalorizar com um aumento na taxa de juros. Podemos ver nas Tabelas 7 e 8 que aumentos de um ponto percentual na taxa de juros livre de risco (r) afeta muito pouco o preço das opções, a *call* sobe lentamente e a *put* cai lentamente, as demais variáveis foram mantidas constantes.

Tabela 7: Aumentos na taxa de juros livre de risco (r) para a *call*.

Início	20/03						
Tipo	Prêmio	(S)	(K)	(T)	(r)	(σ)	(q)
<i>call</i>	0,953	16,00	16,00	17/04	9,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,959	16,00	16,00	17/04	10,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,966	16,00	16,00	17/04	11,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,972	16,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0

<i>call</i>	0,978	16,00	16,00	17/04	13,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,985	16,00	16,00	17/04	14,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,991	16,00	16,00	17/04	15,00%	50,00%	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 8: Aumentos na taxa de juros livre de risco (r) para a *put*.

Início	20/03						
Tipo	Prêmio	(S)	(K)	(T)	(r)	(σ)	(q)
<i>put</i>	0,839	16,00	16,00	17/04	9,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,833	16,00	16,00	17/04	10,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,827	16,00	16,00	17/04	11,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,820	16,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,814	16,00	16,00	17/04	13,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,808	16,00	16,00	17/04	14,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,802	16,00	16,00	17/04	15,00%	50,00%	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.9 – Dividendos (q)

Até o momento foi assumido nos cálculos que as ações não pagaram dividendos, porém na prática não é sempre assim. Vamos supor que os dividendos pagos durante a vida da opção podem ser previstos e o preço da ação diminui em valor igual ao dividendo. O resultado é uma diminuição no prêmio das *calls* e um aumento no prêmio das *puts*. Nas Tabelas 9 e 10, foram calculados aumentos nos dividendos e mantendo as demais variáveis constantes.

Tabela 9: Aumentos nos dividendos (q) para as *calls*.

Início	20/03						
Tipo	Prêmio	(S)	(K)	(T)	(r)	(σ)	(q)
<i>call</i>	0,90	16,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0,10
<i>call</i>	0,83	16,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0,20
<i>call</i>	0,76	16,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0,30
<i>call</i>	0,69	16,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0,40
<i>call</i>	0,63	16,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0,50

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 10: Aumentos nos dividendos (q) para as *puts*.

Início	20/03						
Tipo	Prêmio	(S)	(K)	(T)	(r)	(σ)	(q)
<i>put</i>	0,88	16,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0,10
<i>put</i>	0,93	16,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0,20
<i>put</i>	0,99	16,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0,30
<i>put</i>	1,04	16,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0,40
<i>put</i>	1,10	16,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0,50

Fonte: Elaborado pelo autor.

CAPÍTULO 4 – ANÁLISE DA VOLATILIDADE E SEUS EFEITOS

4.1 –Volatilidade (σ)

4.1.1 –Volatilidade Estimada pelo Desvio-Padrão

A estimação da volatilidade de ativos e fluxos de caixa tem um papel fundamental em muitas áreas de Finanças e Economia, tais como na geração de cenários macroeconômicos, no gerenciamento de risco de carteiras de investimento, nas operações com opções, no desenvolvimento de novos produtos, e na previsão de lucros das empresas entre outros. (Bessada *et al.* 2005, pag. 254-5).

Para uma ação, podemos dizer que a volatilidade é uma medida de incerteza quanto aos seus retornos, ou seja, uma medida de risco. A volatilidade que realmente importaria seria a volatilidade futura, porém não há como medi-la, mas podemos estimá-la.

Conforme Silva (1998), existem várias maneiras de se estimar a volatilidade, a mais utilizada é calcular a volatilidade passada e pressupor que a ação irá apresentar o mesmo comportamento até o vencimento do contrato da opção. Dessa forma, para estimar a volatilidade futura primeiramente iremos separar uma amostra de um período de tempo parecido com o comportamento que acreditamos que deverá ter no futuro para que a amostra seja mais representativa. Para estimar a volatilidade como desvio-padrão, podemos utilizar a seguinte fórmula:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(Z_i - \bar{Z})^2}{n-1}} \quad Z_i = \ln\left(\frac{P_{i+1}}{P_i}\right)$$

onde:

$\hat{\sigma}$ = estimativa do desvio-padrão ou volatilidade;

n = número de observações;

Z = observação;

\bar{Z} = média amostral da observação;

P = preço do ativo ou ação.

4.1.2 –Volatilidade Estimada pelo EWMA

De acordo com Bessada *et al.* (2005), também podemos estimar a volatilidade pelo estimador de média móvel com amortecimento exponencial (*EWMA*) ou *Exponentially Weighted Moving Average* – no Brasil é chamado de alisamento exponencial. O método foi popularizado pelo banco J.P. Morgan no *Risk metrics Technical Manual*. Este método fornece maior peso aos retornos mais recentes, ao contrário da volatilidade estimada, que atribui pesos iguais a todas as observações, e dessa forma os fatos mais atuais são priorizados mais do que os fatos mais antigos. Portanto o EWMA tende a reagir mais rapidamente a mudanças abruptas nos preços dos ativos.

Uma forma de distribuir os pesos é assumir um crescimento exponencial contínuo partindo da observação mais antiga até a mais recente, utilizando o peso do quadrado do retorno mais recente para o cálculo da variância condicional² $(1-\lambda)$, que é determinado de maneira arbitrária ou por métodos de estimação, como o método dos mínimos quadrados dos resíduos. Os outros pesos são obtidos por uma série infinitamente longa, λ é denominado fator de decaimento (Bessada *et al.* 2005, pag. 257-8)

$$\sum_0^n (1 - \lambda)\lambda^n = 1$$

Ou seja:

$$1 - \lambda + \lambda(1 - \lambda) + \lambda^2(1 - \lambda) + \lambda^3(1 - \lambda) + \dots = 1$$

A fórmula admite a hipótese de que a média dos retornos diários dos ativos é igual a zero e também pode admitir que seja diferente de zero. Então a fórmula da volatilidade por EWMA pode ser descrita da seguinte forma:

$$H_t = \sqrt{\lambda H^2_{t-1} + (1 - \lambda)r^2_{t-1}}$$

em que:

λ = é denominado fator de decaimento e deve seguir a restrição $0 \leq \lambda \leq 1$, o *Risk metrics* sugere o valor de λ igual a 0,94 para dados diários;

r_t = retorno do ativo para o período t [$r_t = \ln(P_t/P_{t-1})$];

P_t = preço do ativo para o período t;

H_t = volatilidade estimada para o período t.

² O termo condicional significa que a variância para o tempo t depende da variância ocorrida em t-1

4.1.3 –Volatilidade Implícita pelo Modelo de Black-Scholes

Segundo Silva (1994) a volatilidade implícita pode ser entendida como a volatilidade que o ativo objeto deverá apresentar até o exercício da opção para que seu preço atual seja justo. Os *traders* aprenderam que essa informação é de grande importância porque o prêmio atual da opção é consensual, portanto justo, ou seja, o mercado estará dizendo qual é o prêmio e o risco atual.

Ao analisar o comportamento da volatilidade implícita em relação à volatilidade estimada também podemos observar e entender melhor o movimento das opções e do ativo objeto, e tentar prever se as opções poderão ficar mais caras ou baratas para serem negociadas.

Podemos observar quase todos os parâmetros da fórmula de Black-Scholes no mercado – ou seja, o preço do ativo objeto (S), o *strike* (K), o tempo até o vencimento (T), a taxa de juros livre de risco (r), e podemos calcular a volatilidade implícita (σ) em função do preço da *call* (C) ou da *put* (P), através de iterações para determinar qual a volatilidade aplicada ao modelo obteria o preço igual ao preço de mercado, visto que não se pode explicitar algebricamente a volatilidade em função das demais variáveis do modelo de Black-Scholes.

Também existe outro método para achar a volatilidade implícita através da fórmula do Vega (medida de sensibilidade ou letra grega). O processo consiste em estimar o primeiro número para a volatilidade e aplicá-lo à fórmula do Vega, calcular o Vega novamente e aplicar essa nova volatilidade, e repetir o processo até achar a volatilidade implícita. Esses processos numéricos são chamados de processos iterativos, calculados com a seguinte fórmula (Silva 1994, pag. 158):

$$\text{Volatilidade Implícita} = \sigma = \frac{C - P}{V}$$

σ = volatilidade

C = valor teórico da opção para a volatilidade σ

V = vega da opção para o valor teórico C

P = valor do prêmio de mercado.

A volatilidade implícita então se tornou uma variável chave para precificar e operar as opções, e podemos considerar essa volatilidade como nível de seu prêmio. Ou seja, se a volatilidade implícita estiver alta considera-se que o seu prêmio está alto, se a volatilidade implícita estiver mais baixa podemos dizer que o nível de prêmio está baixo.

Foi ilustrado na Tabela 11 que aumentos na volatilidade implícita aumentam tanto o prêmio das *calls* quanto das *puts*, as demais variáveis foram mantidas constantes.

Tabela 11: Aumentos na volatilidade (σ) para *calls* e *puts*.

Início	20/03						
Tipo	Prêmio	(S)	(K)	(T)	(r)	(σ)	(q)
<i>call</i>	0,51	15,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,67	15,00	16,00	17/04	12,00%	60,00%	0
<i>call</i>	0,83	15,00	16,00	17/04	12,00%	70,00%	0
<i>call</i>	1,00	15,00	16,00	17/04	12,00%	80,00%	0
<i>call</i>	1,17	15,00	16,00	17/04	12,00%	90,00%	0
Tipo	Prêmio	(S)	(K)	(T)	(r)	(σ)	(q)
<i>put</i>	0,46	17,00	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,62	17,00	16,00	17/04	12,00%	60,00%	0
<i>put</i>	0,79	17,00	16,00	17/04	12,00%	70,00%	0
<i>put</i>	0,97	17,00	16,00	17/04	12,00%	80,00%	0
<i>put</i>	1,14	17,00	16,00	17/04	12,00%	90,00%	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

Segundo Silva (1994), podemos dizer que a volatilidade implícita é aquela que, imputada em um modelo de precificação de opções, faz com que o prêmio originado por seu cálculo seja igual ao que está sendo negociado no mercado. Porém não é sempre assim por dois motivos. O primeiro é que as volatilidades implícitas mudam constantemente porque o preço do ativo objeto muda constantemente – a oferta e a demanda ao longo de cada pregão vão determinar os preços e as volatilidades implícitas. Em segundo lugar, a volatilidade implícita não é a mesma para todas as opções sobre uma determinada ação e que vencem em uma mesma data.

Bessada *et al.* (2005) comenta que ao se calcular a volatilidade implícita deve-se trabalhar com a cotação da opção e do ativo objeto observadas no mesmo momento – é comum utilizarmos os preços de fechamento. Porém, nem sempre é possível saber se ocorreram no mesmo momento e para isso deve-se acompanhar a opção e o ativo objeto ao longo dos pregões.

Como no Brasil o mercado de opções ainda possui pouca liquidez de forma geral, este fato poderia implicar em uma volatilidade implícita um pouco diferente da de mercado.

De acordo com Hull (2005), alguns analistas defendem que as volatilidades são motivadas unicamente pela chegada aleatória de novas informações acerca dos retornos futuros esperados para a ação, enquanto outros analistas defendem que as volatilidades são geradas em boa parte pelas negociações.

Uma questão interessante é se a volatilidade é a mesma quando a bolsa está aberta e quando está fechada. Estudos foram realizados por Fama e French (Hull 2005) que testaram essa questão empiricamente. Eles coletaram dados sobre os preços no fim de cada dia de negociação por um longo período de tempo e calcularam duas situações: **a)** na primeira, a variância dos retornos dos preços das ações entre o fechamento de um dia e o fechamento do dia seguinte, quando não há dias sem negociações entre eles e **b)** na segunda situação, testaram a variância dos retornos dos preços das ações entre o fechamento da sexta-feira e o da segunda-feira.

Se dias com negociação e dias sem negociação são equivalentes, a variância na segunda situação deveria ser três vezes maior que a variância da primeira situação. Porém Fama achou que esse valor era de apenas 22% maior, e os resultados de French foram similares, com valores apenas 19% maiores. Tais resultados sugerem que a volatilidade é maior quando a bolsa está aberta do que quando está fechada (Hull 2005, pag. 305).

4.2 – Volatilidade Implícita e a Volatilidade Estimada para Vale e Petrobras

Para uma primeira estimação foi utilizado o ativo objeto VALE5. Na Tabela 12, foram comparadas as diferenças entre a volatilidade estimada e a volatilidade implícita, assim como para a volatilidade histórica e a volatilidade pelo modelo EWMA fornecidas pela Bolsa B3 – a data base é 29/05/2017, e a volatilidade é para o período de um ano.

Em todos os cálculos, foi observado que a volatilidade estimada estava bem próxima da volatilidade histórica – uma pequena diferença na estimação é pelo fato de que a Bolsa utiliza dias corridos, e neste trabalho utilizaremos somente os dias úteis, uma média de 252

dias por ano, ou seja, somente os dias em que há pregões. O vencimento dos contratos é no dia 19/06/2017, e as volatilidades estão anualizadas.

Para a *call* podemos dizer que as opções estavam subavaliadas ou depreciadas, a volatilidade implícita está abaixo das outras volatilidades comparadas, o preço da ação foi de R\$ 26,63 no dia 29 de maio de 2017, o primeiro contrato está dentro do dinheiro ($S > K$) e os outros quatro contratos estão fora do dinheiro ($S < K$).

Tabela 12: Volatilidades para as *calls* de VALE5.

call	Strike	Mercado		Estimado		Histórico B3		EWMA B3	
		Prêmio Mercado	σ Implícita	Prêmio B&S	σ Estimada	Prêmio B&S	σ Histórica	Prêmio B&S	σ EWMA
VALEF26	25,72	1,33	25,72%	1,87	49,65%	1,87	49,36%	1,83	47,80%
VALEF27	26,72	0,79	28,83%	1,33	49,65%	1,32	49,36%	1,28	47,80%
VALEF28	27,72	0,43	30,48%	0,90	49,65%	0,90	49,36%	0,86	47,80%
VALEF29	28,72	0,20	30,72%	0,59	49,65%	0,58	49,36%	0,55	47,80%
VALEF30	30,34	0,09	36,07%	0,27	49,65%	0,27	49,36%	0,24	47,80%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Tabela 13 são observadas as volatilidades para as *puts*, e podemos dizer que alguns contratos estão sobre avaliados, ou mais caros, se comparada a volatilidade implícita com as outras volatilidades. Já outros contratos estão subavaliados, ou mais baratos, quando comparada a volatilidade implícita com as outras volatilidades. Podemos ver que as volatilidades para os contratos de venda estão mais altas do que para os contratos de compra, todas as *puts* estão fora do dinheiro ($S > K$).

Tabela 13: Volatilidades para as *puts* de VALE5.

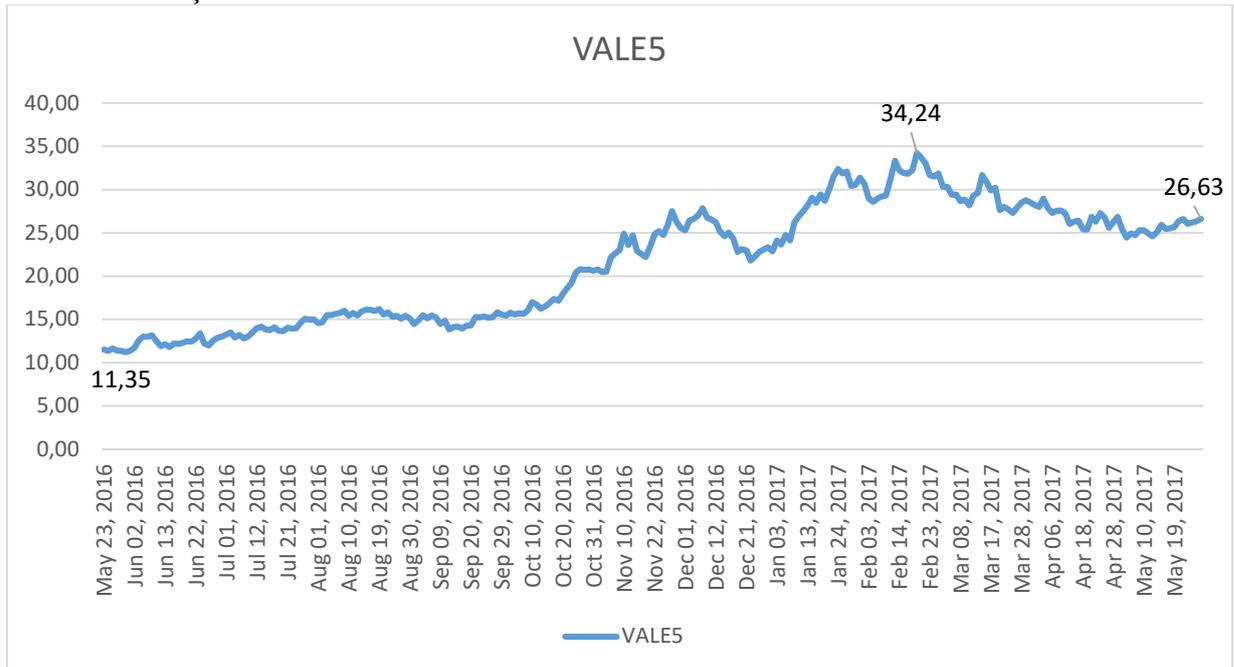
put	Strike	Mercado		Estimado		Histórico B3		EWMA B3	
		Prêmio Mercado	σ Implícita	Prêmio B&S	σ Estimada	Prêmio B&S	σ Histórica	Prêmio B&S	σ EWMA
VALER25	24,22	0,25	43,95%	0,34	49,65%	0,34	49,36%	0,31	47,80%
VALER53	23,22	0,16	48,53%	0,17	49,65%	0,17	49,36%	0,15	47,80%
VALER52	22,22	0,10	52,71%	0,08	49,65%	0,07	49,36%	0,06	47,80%
VALER24	21,22	0,05	54,52%	0,03	49,65%	0,03	49,36%	0,02	47,80%
VALER50	20,22	0,03	58,55%	0,01	49,65%	0,01	49,36%	0,01	47,80%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Observando o Gráfico 1 temos que o ativo VALE5 estava em alta até fevereiro deste ano de 2017 e iniciou uma fase de correção no preço, segundo analistas, os investidores

anteciparam os resultados positivos da empresa e houve realização de lucros após uma alta de mais de 200% entre maio de 2016 e fevereiro de 2017, período analisado. A Vale teve um lucro líquido de 1,57 bilhão no último trimestre de 2016 contra um prejuízo de 33,1 bilhões no último trimestre de 2015– as *puts* tendem a se valorizar e as *calls* tendem a se desvalorizar (Fonte: Valor/Finanças).

Gráfico 1: Preços de VALE5.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nas Tabelas 14 e 15 foi observada a volatilidade para diferentes períodos, e um fato é que as amostras utilizadas podem influenciar mais na volatilidade do que o próprio modelo empregado nos cálculos. Para testar este fenômeno, a volatilidade estimada foi observada em diferentes momentos: para o período de um ano ou 252 pregões, para 6 meses ou 126 pregões, para 3 meses ou 63 pregões, para um mês ou 21 pregões, e para duas semanas ou 10 pregões.

Tabela 14: Volatilidades para as *calls* de VALE5 em diferentes períodos.

call	Strike	Mercado		Estimado 2 semanas		Estimado 1 mês	
		Prêmio Mercado	σ Implícita	Prêmio B&S	σ Estimada	Prêmio B&S	σ Estimada
VALEF26	25,72	1,33	25,72%	1,23	20,37%	1,55	35,95%
VALEF27	26,72	0,79	28,83%	0,57	20,37%	0,97	35,95%
VALEF28	27,72	0,43	30,48%	0,20	20,37%	0,56	35,95%
VALEF29	28,72	0,20	30,72%	0,05	20,37%	0,30	35,95%
VALEF30	30,34	0,09	36,07%	0,00	20,37%	0,09	35,95%

Estimado 3 meses		Estimado 6 meses		Estimado 1 ano	
PrêmioB &S	σ Estimada	PrêmioB&S	σ Estimada	Prêmio B&S	σ Estimada
1,75	44,66%	1,85	48,80%	1,87	49,65%
1,20	44,66%	1,31	48,80%	1,33	49,65%
0,78	44,66%	0,88	48,80%	0,90	49,65%
0,48	44,66%	0,57	48,80%	0,59	49,65%
0,20	44,66%	0,26	48,80%	0,27	49,65%

Fonte: Elaborado pelo autor.

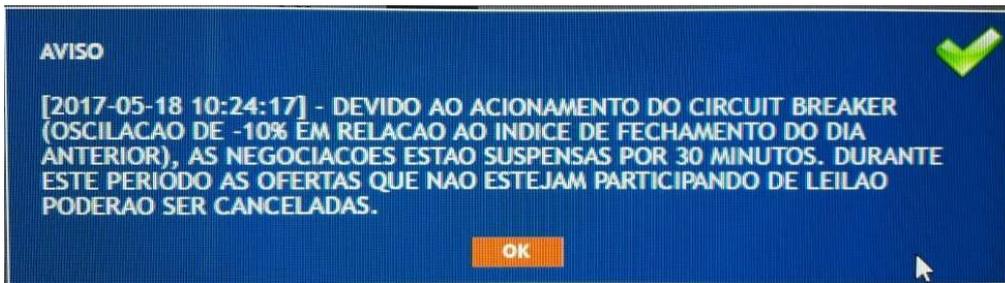
Tabela 15: Volatilidades para as *puts* de VALE5 em diferentes períodos.

		Mercado		Estimado 2 semanas		Estimado 1 mês	
<i>put</i>	Strike	Prêmio Mercado	σ Implícita	Prêmio B&S	σ Estimada	Prêmio B&S	σ Estimada
VALER25	24,22	0,25	43,95%	0,01	20,37%	0,14	35,95%
VALER53	23,22	0,16	48,53%	0,00	20,37%	0,05	35,95%
VALER52	22,22	0,10	52,71%	0,00	20,37%	0,01	35,95%
VALER24	21,22	0,05	54,52%	0,00	20,37%	0,00	35,95%
VALER50	20,22	0,03	58,55%	0,00	20,37%	0,00	35,95%
		Estimado 3 meses		Estimado 6 meses		Estimado 1 ano	
		Prêmio B&S	σ Estimada	Prêmio B&S	σ Estimada	Prêmio B&S	σ Estimada
		0,26	44,66%	0,33	48,80%	0,34	49,65%
		0,12	44,66%	0,16	48,80%	0,17	49,65%
		0,05	44,66%	0,07	48,80%	0,08	49,65%
		0,01	44,66%	0,03	48,80%	0,03	49,65%
		0,00	44,66%	0,01	48,80%	0,01	49,65%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Durante esse período houve um dia de muita volatilidade para as ações brasileiras, a quinta-feira do dia 18 de maio de 2017 –que neste trabalho será intitulada “quinta-feira negra” – após notícias de escândalos envolvendo o governo brasileiro e algumas empresas, o que gerou instabilidade e muitas incertezas para o mercado local. A Bolsa Brasileira teve que recorrer ao *Circuit Breaker*, mecanismo que trava as negociações em caso de uma instabilidade muito forte no mercado – a última vez que isso havia ocorrido foi em 2008 na crise do *subprime* nos EUA. Desta vez, as operações foram travadas após uma queda de um pouco mais de 10% com menos de meia hora de pregão aberto, quando o Ibovespa já caíra para 60.470 pontos. Isso significa que as ações que compõem o índice Bovespa, ou seja, as ações mais líquidas, tiveram seus preços negociados no limite mínimo permitido pela Bolsa antes dos negócios serem interrompidos. Para ilustrar, foi tirada uma foto em *home Broker* por volta as 10:24 horas deste dia (Fonte: Exame/Mercado).

Figura 1: *Circuit Breaker*, 18/05/2017.



Fonte: Foto tirada pelo autor no dia 18/05/2017 às 10 horas e 24 minutos.

A Figura 2, apresenta os volumes de negociação do ativo VALE5, e pode ser observado que a empresa teve um grande número de negócios nessa quinta-feira, gerando muita volatilidade ao longo do dia. A ação abriu o pregão com forte queda, a R\$ 22,38, foi recuperando ao longo do dia, e o preço da ação acabou ficando acima do fechamento do dia anterior (17/05/2017) que foi de R\$ 25,44, fechando em R\$ 25,54, com uma alta de 0,39% no preço da ação nesse dia de muitas incertezas.

Figura 2: Gráfico de preços e volume de VALE5 de 10/2016 a 06/2017.



Fonte: Site <http://br.advfn.com>

As volatilidades também foram analisadas para a empresa Petrobras. Na Tabela 16, foram verificadas as diferenças entre a volatilidade implícita obtida no mercado e volatilidade

estimada em 252 pregões, e as volatilidades fornecidas pela Bolsa de Valores de São Paulo (B3).

Para a data base de 29 de maio de 2017 podemos dizer que os três primeiros contratos estavam subvalorizados no mercado e os dois últimos contratos estavam com o mesmo preço de mercado. O preço do ativo objeto foi de R\$ 13,57 neste dia, todos as *calls* estão fora do dinheiro ($S < K$).

Tabela 16: Volatilidades para as *calls* de PETR4 para o período de um ano.

call	Strike	Mercado		Estimado		Histórico B3		EWMA B3	
		Prêmio Mercado	σ Implícita	Prêmio B&S	σ Estimada	Prêmio B&S	σ Histórica	Prêmio B&S	σ EWMA
PETRF14	14,00	0,41	42,10%	0,49	48,15%	0,48	47,33%	0,50	48,86%
PETRF15	15,00	0,14	41,70%	0,20	48,15%	0,19	47,33%	0,21	48,86%
PETRF16	16,00	0,05	44,19%	0,07	48,15%	0,07	47,33%	0,08	48,86%
PETRF17	17,00	0,02	47,50%	0,02	48,15%	0,02	47,33%	0,02	48,86%
PETRF18	18,00	0,01	51,75%	0,01	48,15%	0,01	47,33%	0,01	48,86%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Tabela 17, foi comparada a volatilidade implícita obtida no mercado com as outras três volatilidades – desta vez para os contratos de venda para o mesmo dia 29 de maio de 2017, com a ação valendo R\$ 13,57. Os quatro primeiros contratos estão fora do dinheiro ($S > K$) e o último contrato está dentro do dinheiro ($S < K$).

Tabela 17: Volatilidades para as *puts* de PETR4 para o período de um ano.

put	Strike	Mercado		Estimado		Histórico B3		EWMA B3	
		Prêmio Mercado	σ Implícita	Prêmio B&S	σ Estimada	Prêmio B&S	σ Histórica	Prêmio B&S	σ EWMA
PETRR10	10,00	0,02	66,73%	0,00	48,15%	0,00	47,33%	0,00	48,86%
PETRR61	11,00	0,04	56,01%	0,02	48,15%	0,02	47,33%	0,02	48,86%
PETRR12	12,00	0,11	49,35%	0,10	48,15%	0,10	47,33%	0,11	48,86%
PETRR13	13,00	0,31	45,02%	0,35	48,15%	0,34	47,33%	0,35	48,86%
PETRR14	14,00	0,75	42,29%	0,83	48,15%	0,82	47,33%	0,84	48,86%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Em uma segunda análise, foram observadas as volatilidades para amostras de diferentes períodos calculadas pela volatilidade estimada e comparada com a implícita. Como houve uma grande queda de preços naquela quinta-feira negra, ao diminuir as amostras foi observado que as volatilidades ficaram bem mais altas se comparadas com a empresa Vale.

No dia 18 de maio de 2017, a ação de Petrobras não conseguiu recuperar o seu preço do dia anterior – no dia 17, o preço de fechamento de PETR4 foi de R\$ 15,61, e no dia 18 a ação abriu em R\$ 12,45 fechando o dia em R\$ 13,15, o que representou queda de 15,76% no preço da ação com relação ao fechamento do dia anterior. Essa queda gerou muito mais volatilidade para Petrobras do que para Vale quando comparados os períodos mais curtos – podemos ver as volatilidades anualizadas nas tabelas 18 e 19, e o preço de mercado é no dia 29 de maio de 2017.

Tabela 18: Volatilidades para as calls de PETR4 em diferentes períodos.

call	Strike	Mercado		Estimado 2 semanas		Estimado 1 mês	
		Prêmio	σ Implícita	Prêmio B&S	σ Estimada	Prêmio B&S	σ Estimada
PETRF14	14,00	0,41	66,73%	1,07	92,06%	0,79	71,09%
PETRF15	15,00	0,14	56,01%	0,72	92,06%	0,46	71,09%
PETRF16	16,00	0,05	49,35%	0,47	92,06%	0,25	71,09%
PETRF17	17,00	0,02	45,02%	0,30	92,06%	0,13	71,09%
PETRF18	18,00	0,01	42,29%	0,18	92,06%	0,06	71,09%
		Estimado 3 meses		Estimado 6 meses		Estimado 1 ano	
		Prêmio B&S	σ Estimada	Prêmio B&S	σ Estimada	Prêmio B&S	σ Estimada
		0,54	51,86%	0,46	45,95%	0,49	48,15%
		0,24	51,86%	0,18	45,95%	0,20	48,15%
		0,09	51,86%	0,06	45,95%	0,07	48,15%
		0,03	51,86%	0,02	45,95%	0,02	48,15%
		0,01	51,86%	0,00	45,95%	0,01	48,15%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Diferente de Vale, as volatilidades de Petrobras ficaram muito maiores para os períodos mais curtos, e como a ação PETR4 teve uma forte queda, o risco quando diluído em menos dias acaba ficando maior do que para os períodos mais longos. No curto prazo, gerou maiores incertezas e maiores riscos para a empresa– na Tabela 19, temos as volatilidades e os prêmios para as *puts*.

Tabela 19: Volatilidades para as calls de PETR4 em diferentes períodos.

put	Strike	Mercado		Estimado 2 semanas		Estimado 1 mês	
		Prêmio	σ Implícita	Prêmio B&S	σ Estimada	Prêmio B&S	σ Estimada
PETRR10	10,00	0,02	66,73%	0,10	92,06%	0,03	71,09%
PETRR61	11,00	0,04	56,01%	0,24	92,06%	0,11	71,09%
PETRR12	12,00	0,11	49,35%	0,50	92,06%	0,29	71,09%
PETRR13	13,00	0,31	45,02%	0,88	92,06%	0,62	71,09%
PETRR14	14,00	0,75	42,29%	1,40	92,06%	1,13	71,09%
		Estimado 3 meses		Estimado 6 meses		Estimado 1 ano	

Prêmio B&S	σ Estimada	Prêmio B&S	σ Estimada	Prêmio B&S	σ Estimada
0,00	51,86%	0,00	45,95%	0,00	48,15%
0,03	51,86%	0,01	45,95%	0,02	48,15%
0,13	51,86%	0,09	45,95%	0,10	48,15%
0,39	51,86%	0,32	45,95%	0,35	48,15%
0,87	51,86%	0,80	45,95%	0,83	48,15%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 3, pode-se observar o grande volume em PETR4 no dia 18 de maio de 2017, e após muitas incertezas o preço da ação continuou caindo ao longo do período seguinte.

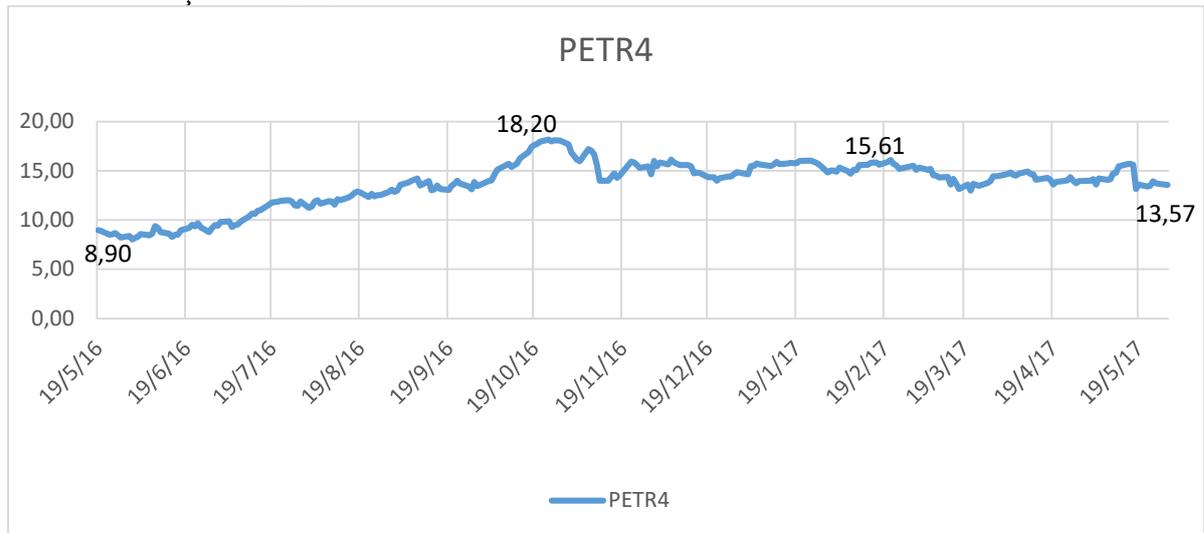
Figura 3: Gráfico de preço e volume da ação PETR4 de 11/2016 a 06/2017.



Fonte: Site <http://br.advn.com>

A estatal Petrobras já vinha tentando se recuperar nos últimos anos após várias denúncias de corrupção envolvendo alguns diretores da empresa, pessoas do governo e contratos superfaturados em licitações com empresas privadas (Fonte: CartaCapital/política). No Gráfico 2 é apresentado o período de um ano até o dia 29 de maio de 2017.

Gráfico 2: Preços de PETR4.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A chegada de novas informações ou expectativas ao mercado, seja para um setor, seja para a economia, ou para uma determinada empresa, podem trazer muita volatilidade para as ações. Na Tabela 20, foi estimada a volatilidade para três períodos, o primeiro com a data final na quarta-feira dia 17 de maio de 2017, o segundo para o dia 18 de maio de 2017, (quinta-feira negra), e o terceiro para o dia 19 de maio de 2017.

Tabela 20: Volatilidades estimadas em três períodos de maio de 2017.

Pregões	10	21	63	126	252
σ estimada até 17/05	42,33%	37,09%	38,10%	43,12%	45,98%
σ estimada até 18/05	99,02%	71,27%	51,26%	49,41%	48,60%
σ estimada até 19/05	97,94%	72,44%	51,73%	49,59%	48,72%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Tabela 21, pode ser notado que os aumentos na volatilidade implícita valorizaram as *puts* no dia 18/05/2017 com a queda no preço da ação, porém como as expectativas de queda não se confirmaram no dia seguinte, as ações se valorizam e as *puts* se desvalorizaram. Há uma queda também na volatilidade implícita que estava muito alta.

Tabela 21: Efeitos da volatilidade implícita nas opções de PETR4.

put	Strike	Mercado 17/maio			Mercado 18/maio			Mercado 19/maio		
		S	Prêmio	σ Implícita	S	Prêmio	σ Implícita	S	Prêmio	σ Implícita
PETRR10	10,00	15,61	0,01	66,48%	13,15	0,13	76,71%	13,62	0,06	70,60%
PETRR61	11,00	15,61	0,01	53,89%	13,15	0,21	66,34%	13,62	0,11	61,84%
PETRR12	12,00	15,61	0,01	42,22%	13,15	0,45	64,68%	13,62	0,22	55,06%

PETRR13	13,00	15,61	0,05	41,99%	13,15	0,82	62,12%	13,62	0,48	52,22%
PETRR14	14,00	15,61	0,14	38,86%	13,15	1,35	59,77%	13,62	0,87	46,65%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Em dias atípicos, podem ser obtidos grandes ganhos com as opções, caso o investidor tivesse escolhido a melhor estratégia nos dias anteriores. Foram analisados na Tabela 22 os resultados obtidos com as opções no dia 18/05/2017 em relação ao prêmio do dia 17 de maio, e depois no dia 19/05/2017 em relação ao dia 18/05/2017 – como houve queda no preço da ação no dia 18 de maio, a tabela mostra as *puts* se valorizando.

Tabela 22: Ganhos e perdas nas opções de PETR4.

<i>put</i>	Strike	17/maio	18/maio		19/maio	
		Prêmio	Prêmio	Ganho / Perda	Prêmio	Ganho / Perda
PETRR10	10,00	0,01	0,13	1200,00%	0,06	-53,85%
PETRR61	11,00	0,01	0,21	2000,00%	0,11	-47,62%
PETRR12	12,00	0,01	0,45	4400,00%	0,22	-51,11%
PETRR13	13,00	0,05	0,82	1540,00%	0,48	-41,46%
PETRR14	14,00	0,14	1,35	864,29%	0,87	-35,56%

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.3 – Sorriso de Volatilidade ou *Smile*

O sorriso de volatilidade ou *volatility smile/smirk* é um termo utilizado quando se observa volatilidades implícitas distintas para diferentes opções sobre a mesma ação. Empiricamente se observa que um gráfico de volatilidade implícita em relação ao preço de exercício tende a formar uma curva convexa parecida com um sorriso.

Foram observadas empiricamente no dia 4 de julho de 2017, as volatilidades implícitas para opções de compra da Petrobras. O preço da ação foi de R\$ 12,43, a taxa de juros DI de 10,14%, e o vencimento dos contratos no dia 17 de julho de 2017. Na Tabela 23, estão representados os resultados.

Tabela 23: Volatilidade implícita para diferentes strikes de PETR4.

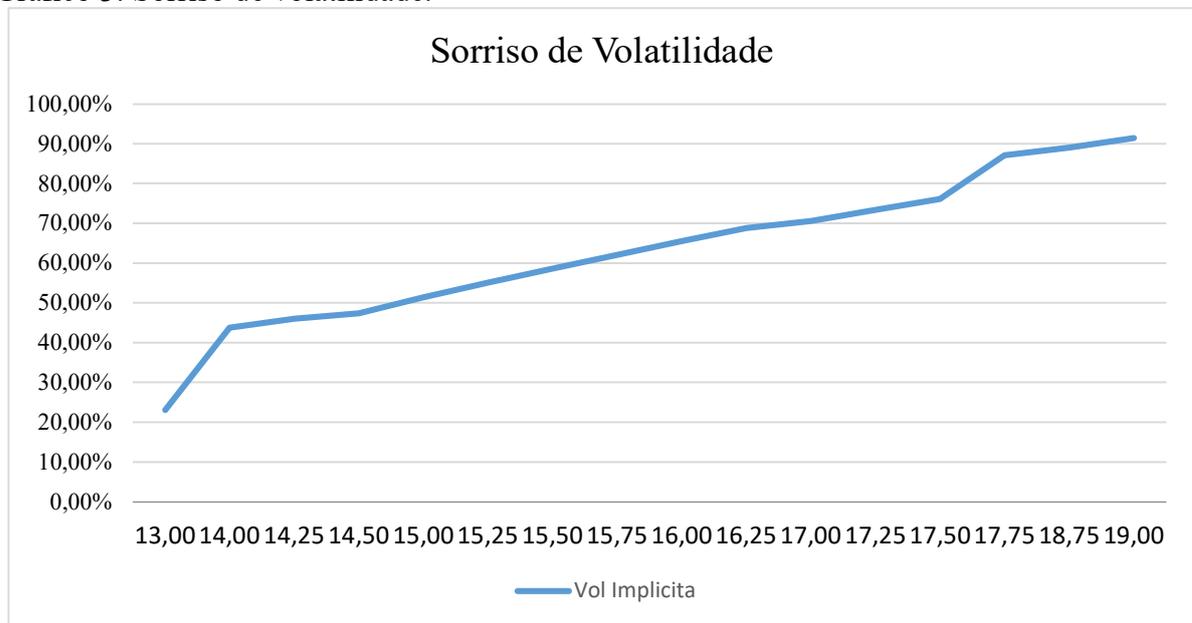
<i>call</i>	Strike	σ Implícita
PETRG13	13,00	23,10%
PETRG14	14,00	43,71%
PETRG74	14,25	45,96%
PETRG4	14,50	47,34%
PETRG15	15,00	51,35%
PETRG75	15,25	55,04%
PETRG55	15,50	58,61%
PETRG85	15,75	62,08%

PETRG16	16,00	65,48%
PETRG57	16,25	68,77%
PETRG17	17,00	70,58%
PETRG67	17,25	73,38%
PETRG47	17,50	76,12%
PETRG77	17,75	87,05%
PETRG78	18,75	89,04%
PETRG19	19,00	91,48%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao elaborar o Gráfico 3 com as volatilidades da Tabela 23, podemos ver que na prática o sorriso de volatilidade é um pouco diferente dos informados nos livros.

Gráfico 3: Sorriso de volatilidade.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Segundo Bessada (2005) o gráfico do sorriso de volatilidade pode possuir formatos diferentes dependendo do ativo objeto. Dentre as premissas do modelo de Black-Scholes temos que a volatilidade é constante ao longo do tempo; contudo, conforme observado nos estudos, a volatilidade varia ao longo do tempo e, como qualquer tentativa de explicação da realidade o modelo de B&S, também possui as suas limitações.

4.4 – Modelo de B&S e suas limitações

De acordo com Bessada *et al.* (2005), o modelo de B&S é o modelo de precificação de opções mais utilizado pelos mercados financeiros, devido à facilidade de sua aplicação e das pequenas diferenças em relação ao preço de mercado, porém, existem alguns vieses sistemáticos associados ao modelo como a subavaliação de opções fora do dinheiro, a subavaliação das opções com baixa volatilidade, e a subavaliação de opções com tempo curto até o vencimento.

Observa-se nos estudos que, apesar de algumas limitações do modelo de Black-Merton-Scholes, pode-se afirmar que é uma ferramenta muito útil para se obter a volatilidade implícita e para a precificação das opções, sendo também muito utilizado por investidores e *traders* de todo o mundo (Bessada *et al.* 2005).

Após analisar todas as variáveis delimitadas pelo modelo que influenciam as opções, foi elaborada o Quadro 3, que simplifica os efeitos nos prêmios das opções com a mudança de uma variável e mantendo as demais constantes.

Quadro 3: Influência de uma variável nas opções.

Variável	Preço da Call	Preço da Put
Ação sobe (S)	↑	↓
Ação cai (S)	↓	↑
Strike preço alto (K)	↓	↑
Strike preço baixo (K)	↑	↓
Tempo para o vencimento aumenta (T)	↑	↑
Tempo para o vencimento diminui (T)	↓	↓
Taxa de juros aumenta (r)	↑	↓
Taxa de juros diminui (r)	↓	↑
Dividendos aumenta (q)	↓	↑
Dividendos diminui (q)	↑	↓
Volatilidade aumenta (σ)	↑	↑
Volatilidade diminui (σ)	↓	↓

Fonte: Elaborado pelo autor.

CAPÍTULO 5 – MEDIDAS DE SENSIBILIDADE OU LETRAS GREGAS

5.1–Introdução às medidas de sensibilidade (letras gregas)

Conforme observado, os preços das opções se comportam de forma não linear, e a cada mudança em uma das variáveis deve ser recalculado o valor do prêmio. Os parâmetros que representam a relação entre mudanças nos elementos do modelo de Black-Merton-Scholes e o prêmio são chamados de medidas de sensibilidade ou letras gregas.

O impacto gerado no preço justo da opção através da mudança de uma variável pode ser visualizado através das letras gregas que são utilizadas para quantificar os riscos de um portfólio ou uma carteira que contenha opções. Segundo Hull (2005) cada letra grega mede uma dimensão diferente para o risco de uma posição em opção, e o investidor ou *trader* deve administrar as letras gregas de forma que os riscos sejam aceitáveis.

Quando derivamos as fórmulas de precificação de uma opção em função de uma das letras gregas obtemos a sensibilidade do prêmio para aquele determinado fator. As letras gregas mais conhecidas são:

- 1 – Delta (Δ): Mede a variação no prêmio da opção dada uma variação no valor do ativo objeto.
- 2 – Gama (Γ): Mede a variação do Delta dada uma variação no valor do ativo objeto.
- 3 – Theta (Θ): Mede a variação no prêmio da opção dada a passagem do tempo. O Θ é também chamado de *time decay*.
- 4 – Vega (ν): Mede a variação no prêmio da opção dada uma variação na volatilidade do ativo objeto.
- 5 – Rho ou Rô (ρ): Mede a variação no prêmio da opção dada uma variação na taxa de juros.

5.2 – Delta (Δ)

Uma variação no preço da opção dada uma mudança no preço do ativo objeto é chamado de Delta, e mede a sensibilidade da opção em relação a variações no preço da ação, ou seja, mede quanto uma opção ganha ou perde de prêmio com variações no ativo objeto. Pode-se dizer que este é um dos indicadores mais importante.

O Delta vai de 1 a -1: compra de *call* ou venda de *put* possui Delta positivo, e venda de *call* ou compra de *put* possui Delta negativo. Por exemplo, uma opção com Delta 0,5 irá subir cinquenta centavos caso a ação suba um real. Quanto mais dentro do dinheiro estiver a opção maior será o seu Delta.

Segundo Silva (1998), existem duas formas de se calcular o Delta (Δ). O primeiro modo é a utilização da sua fórmula, que é obtida pela derivação da fórmula de precificação da opção em função do preço do ativo objeto. A segunda forma é mais prática, e consiste em esperar até que o ativo objeto mude de preço e calcular qual foi a variação no preço da opção, dividindo-se a variação no prêmio da opção pela variação no preço do ativo objeto. Dessa forma, encontraremos o Delta passado que geralmente ficará próximo do Delta atual.

A fórmula do Delta proposta por Black-Scholes para uma ação que não paga dividendos é dada abaixo (Hull 2016, pag. 436):

$$Call = \Delta = N(d1)$$

$$Put = \Delta = N(d1) - 1$$

$$d1 = \frac{\ln \frac{S}{K} + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) T}{\sigma \sqrt{T}}$$

onde:

S= preço da ação;

K = preço de exercício;

T = (t*-t) = tempo até o vencimento;

σ = volatilidade;

r = taxa de juros sem risco;

ln= logaritmo natural;

e = base dos logaritmos naturais = 2,718282...;

N(d) = função de probabilidade normal acumulada.

Para ações que pagam dividendos, a fórmula do Delta proposta por Black-Scholes será (Hull 2005, pag. 381):

$$Call = \Delta = e^{-qT} N(d1)$$

$$Put = \Delta = e^{-qT} [N(d1) - 1]$$

Na Tabela 24, foram analisados aumentos no preço do ativo objeto para a *call* mantendo as demais variáveis constantes. Aumentos no preço da ação irão valorizar os

contratos ocasionando aumentos no valor do Delta, e quanto mais dentro do dinheiro estiver a opção maior será o Delta. Para uma melhor visualização dos dados nos gráficos, o Delta foi multiplicado por 100.

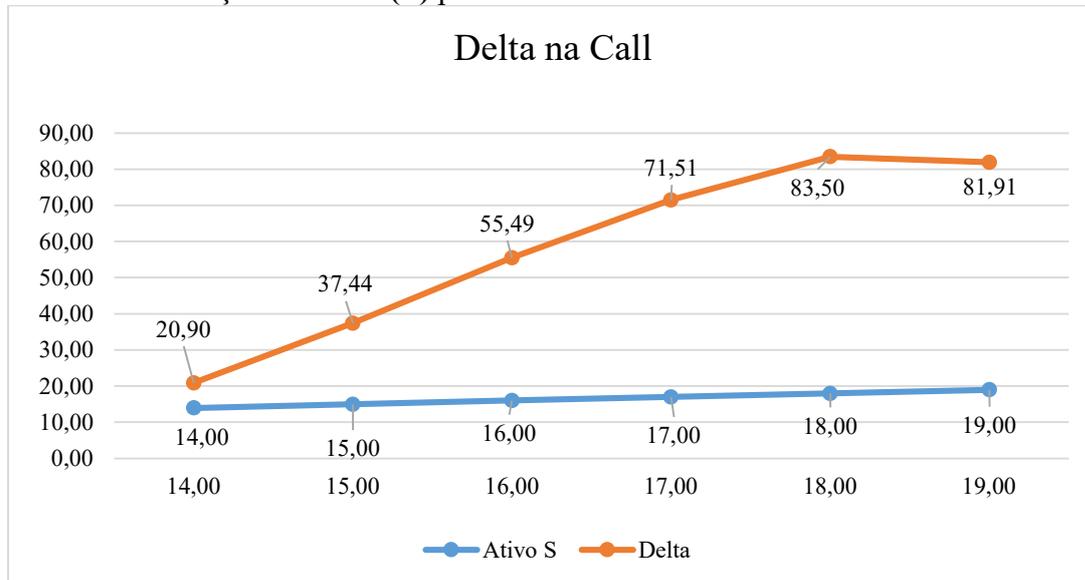
Tabela 24: Variação no Delta (Δ) para a *call*.

Início	20/03							
Tipo	Prêmio	(S)	Delta	(K)	(T)	(r)	(σ)	(q)
<i>call</i>	0,22	14,00	20,90	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,51	15,00	37,44	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,97	16,00	55,49	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	1,61	17,00	71,51	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	2,39	18,00	83,50	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	2,46	19,00	81,91	17,00	18/04	12,00%	50,00%	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para uma melhor visualização dos dados foi elaborado o Gráfico 4 com o Delta variando com o ativo objeto.

Gráfico 4: Variação no Delta (Δ) para a *call*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

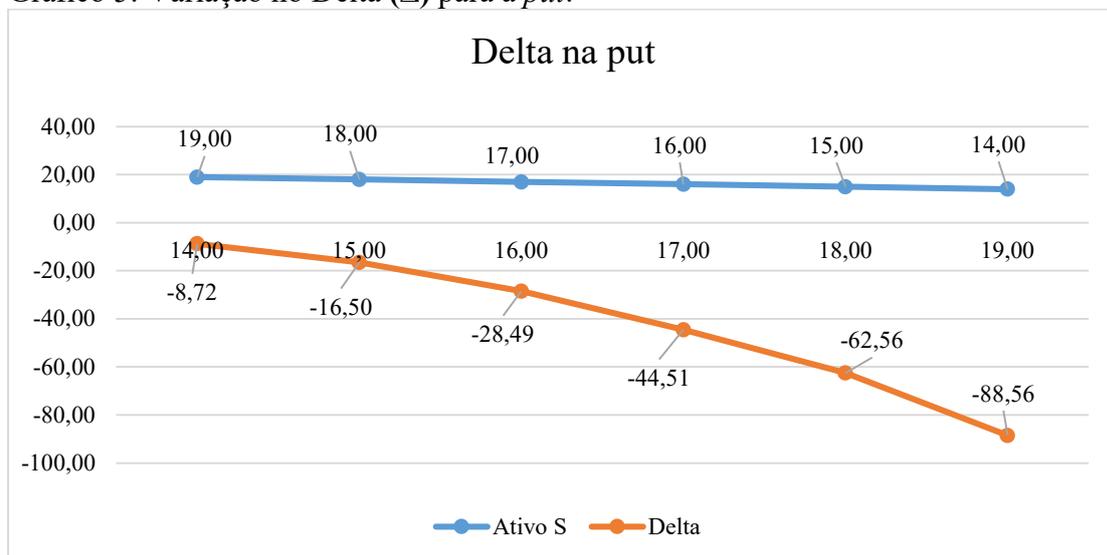
Foi elaborada a mesma análise para a *put*, e podemos ver na Tabela 25 que uma diminuição no preço do ativo objeto irá valorizar os contratos, mantendo as demais variáveis constantes, o Delta da *put* será o inverso da *call*: quanto mais valorizado o contrato ou mais dentro do dinheiro, menor ou mais negativo será o valor do Delta.

Tabela 25: Variação no Delta (Δ) para a *put*.

Início	20/03							
Tipo	Prêmio	(S)	Delta	(K)	(T)	(r)	(σ)	(q)
<i>put</i>	0,11	19,00	-8,72	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,24	18,00	-16,50	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,46	17,00	-28,49	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,82	16,00	-44,51	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>put</i>	1,36	15,00	-62,56	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>put</i>	2,94	14,00	-88,56	17,00	18/04	12,00%	50,00%	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

O Gráfico 5 mostra a variação do Delta na *put* com variações no ativo objeto, com as demais variáveis mantidas constantes.

Gráfico 5: Variação no Delta (Δ) para a *put*.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O Delta é definido como a taxa de variação do preço da opção em relação ao preço do ativo objeto, o que corresponde à inclinação da curva que relaciona o preço da opção ao ativo objeto. Isso significa que se uma opção de compra tem um Delta de 0,3 seu preço irá alterar em 0,3 unidades. Alguns autores e *traders* multiplicam o Delta por 100 para facilitar a operação, e isso significaria que uma pequena alteração no preço da ação irá alterar o preço da opção em 30%.

5.3 – Gama (Γ)

O Gama (Γ), que também é conhecido como a curvatura de uma opção ou risco de convexidade, reflete a proporção em que o Delta de uma opção aumenta ou diminui, à medida

que o ativo objeto varia – indica quanto o Delta irá variar a cada mudança de um real no ativo objeto. Pode-se dizer que o Gama é a medida da velocidade em que a opção muda suas características, e mede a sensibilidade do Delta em relação a variações no preço da ação.

Segundo Silva (1998) se quisermos estudar o comportamento do Delta devemos calcular o Gama da opção, que é calculado pela segunda derivada do preço da opção em função do preço do ativo objeto. Como o Delta é importante para administrar riscos nas carteiras com derivativos, principalmente quando possuem um comportamento similar ao da opção, e uma vez que geralmente o Delta não apresenta relação linear com o movimento do preço do ativo objeto, foi necessário desenvolver o conceito do Gama.

Pelo modelo de Black-Scholes para uma *call* ou uma *put* sobre uma ação que não paga dividendos, o Gama é dado pela fórmula abaixo (Hull2016, pag. 446):

$$\Gamma = \frac{N'(d1)}{S\sigma\sqrt{T}}$$

$$N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Para uma *call* ou uma *put* sobre uma ação que paga dividendos o Gama é dado pela seguinte fórmula (Hull 2005, pag. 393):

$$\Gamma = \frac{N'(d1)e^{-qT}}{S\sigma\sqrt{T}}$$

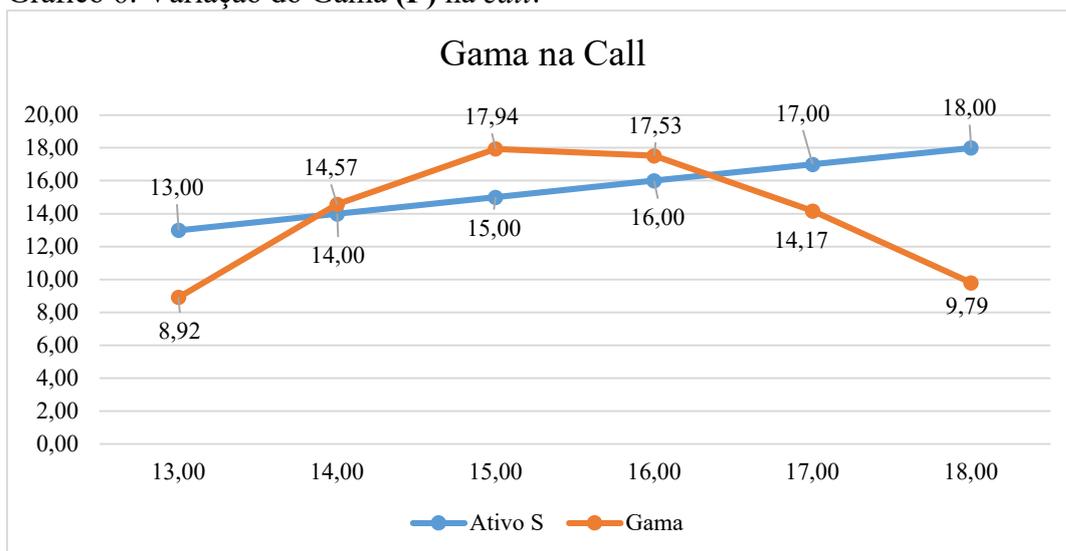
Nas Tabelas 26 e 27, foram calculadas mudanças no preço do ativo objeto para obter as variações no Gama – as demais variáveis foram mantidas constantes. Pode ser observado que tanto na *call* quanto na *put* o Gama vai aumentando até a opção entrar no dinheiro e depois seu valor vai diminuindo conforme a opção sai do dinheiro, ou seja, temos um Gama menor para opções dentro e fora do dinheiro.

Tabela 26: Variação do Gama (Γ) na *call*.

Início	20/03							
Tipo	Prêmio	(S)	(Γ)	(K)	(T)	(r)	(σ)	(q)
<i>call</i>	0,07	13,00	8,92	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,22	14,00	14,57	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,51	15,00	17,94	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,97	16,00	17,53	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	1,61	17,00	14,17	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	2,39	18,00	9,79	16,00	17/04	12,00%	50,00%	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para uma melhor visualização dos dados foi elaborado o Gráfico 6 com o Gama variando com o ativo objeto. O Gama, assim como o Delta, foi multiplicado por 100 para uma melhor visualização dos dados nos Gráficos.

Gráfico 6: Variação do Gama (Γ) na *call*.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Tabela abaixo podemos ver a variação do Gama para uma *put* com mudanças no preço do ativo objeto, as demais variáveis foram mantidas constantes.

Tabela 27: Variação do Gama (Γ) na *put*.

Início	20/03							
Tipo	Prêmio	(S)	Gama	(K)	(T)	(r)	(σ)	(q)
<i>put</i>	0.24	18.00	9.79	16.00	17/04	12.00%	50.00%	0
<i>put</i>	0.46	17.00	14.17	16.00	17/04	12.00%	50.00%	0
<i>put</i>	0.82	16.00	17.53	16.00	17/04	12.00%	50.00%	0
<i>put</i>	1.36	15.00	17.94	16.00	17/04	12.00%	50.00%	0
<i>put</i>	2.07	14.00	14.57	16.00	17/04	12.00%	50.00%	0
<i>put</i>	2.92	13.00	8.92	16.00	17/04	12.00%	50.00%	0

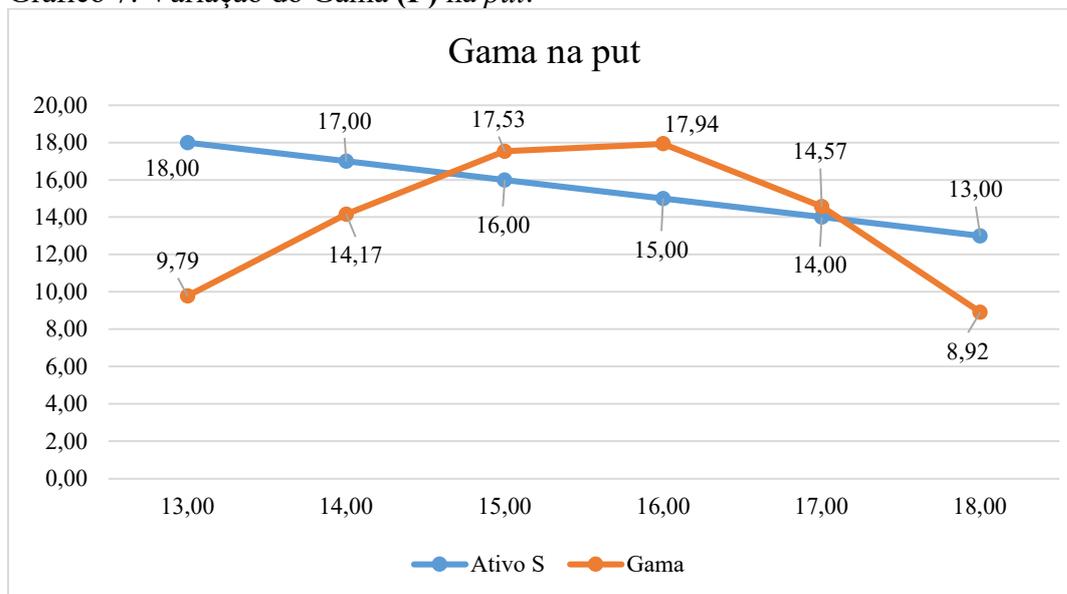
Fonte: Elaborado pelo autor.

Segundo Hull (2005), uma opção no dinheiro terá seu Gama aumentando à medida que o tempo até o vencimento diminui. Opções de prazo mais curto e dentro do dinheiro têm altos Gamas, o que significa que o valor da posição do Titular é bastante sensível a saltos no preço da ação.

De acordo com Silva (1998), podemos dizer com um bom grau de segurança que menores Gamas proporcionam menos riscos, por proporcionar Deltas com menores mudanças, o *hedge* que busca um equilíbrio ideal entre Delta e Gama é denominado por “*hedge* Delta + Gama”.

O Gráfico 7 mostra as variações do Gama nas *puts*, com as demais variáveis inalteradas.

Gráfico 7: Variação do Gama (Γ) na *put*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

V.4 –Theta (Θ)

O Theta, ou perda de valor no tempo (*time decay factor*), mede a variação no preço da opção dada a passagem do tempo, e reflete a perda de valor tanto da *call* quanto da *put* dado a aproximação do vencimento. Para a posição de venda, tanto a *call* quanto a *put* irão apresentar o Theta positivo, já na posição de compra tanto a *call* quanto a *put* terão o Theta negativo.

Hull (2005) destaca que o Theta não é um parâmetro de *hedge* do mesmo tipo que o Delta, ou seja, há incertezas com relação ao preço futuro da ação, mas não há incertezas com relação à passagem do tempo, sendo assim faz sentido realizar *hedge* contra variações no preço da ação, entretanto não faz sentido fazer *hedge* contra a passagem do tempo que é certa. Apesar disso, muitos *traders* consideram que o Theta é uma estatística descritiva muito útil em portfólios Delta neutro, neste caso o Theta serve de *proxy* para o Gama.

A fórmula do Theta da *call* para uma opção do tipo europeu que não paga dividendos segundo a equação de Black-Scholes é (Hull 2016, pag. 442):

$$\theta = -\frac{SN'(d1)\sigma}{2\sqrt{T}} - rKe^{-rT}N(d2)$$

$$N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

O cálculo do Theta da *put* para uma opção do tipo europeu que não paga dividendos, segundo a fórmula de Black-Scholes, é dado por (Hull 2016, pag. 442):

$$\theta = -\frac{SN'(d1)\sigma}{2\sqrt{T}} + rKe^{-rT}N(-d2)$$

Para um ativo que paga dividendos, o cálculo do Theta de uma *call* e de uma *put* de uma opção do tipo europeu será (Hull 2005, pag. 388):

Call:

$$\theta = -\frac{SN'(d1)\sigma e^{-qT}}{2\sqrt{T}} + qSN(d1)e^{-qT} - rKe^{-rT}N(d2)$$

Put:

$$\theta = -\frac{SN'(d1)\sigma e^{-qT}}{2\sqrt{T}} - qSN(-d1)e^{-qT} + rKe^{-rT}N(-d2)$$

Segundo Silva (1998), o risco de Theta ou perda do valor tempo está muito ligado aos derivativos que se comportam como opções ou possuem esses instrumentos embutidos, como as debêntures conversíveis em ações ou com uma cesta de indexação.

Podemos notar na Tabela 28 que a queda do preço da opção com a simples passagem do tempo não é linear e se acentua quanto mais próximo o vencimento. No cálculo da tabela,

foi utilizado uma *call* no dinheiro, sendo T_0 sempre às segundas feiras, e T_1 a data do vencimento do contrato, as demais variáveis foram mantidas constantes.

Tabela 28: Variação do Theta (Θ) na *call*.

Tipo	Prêmio	(S)	(K)	(T_0)	(T_1)	(Θ)	(r)	(σ)	(q)
<i>call</i>	1,10	16,00	16,00	13/03	17/04	-5,95	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,97	16,00	16,00	20/03	17/04	-6,56	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,83	16,00	16,00	27/03	17/04	-7,45	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,67	16,00	16,00	03/04	17/04	-8,93	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,47	16,00	16,00	10/04	17/04	-12,26	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,20	16,00	16,00	17/04	17/04	-26,28	12,00%	50,00%	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

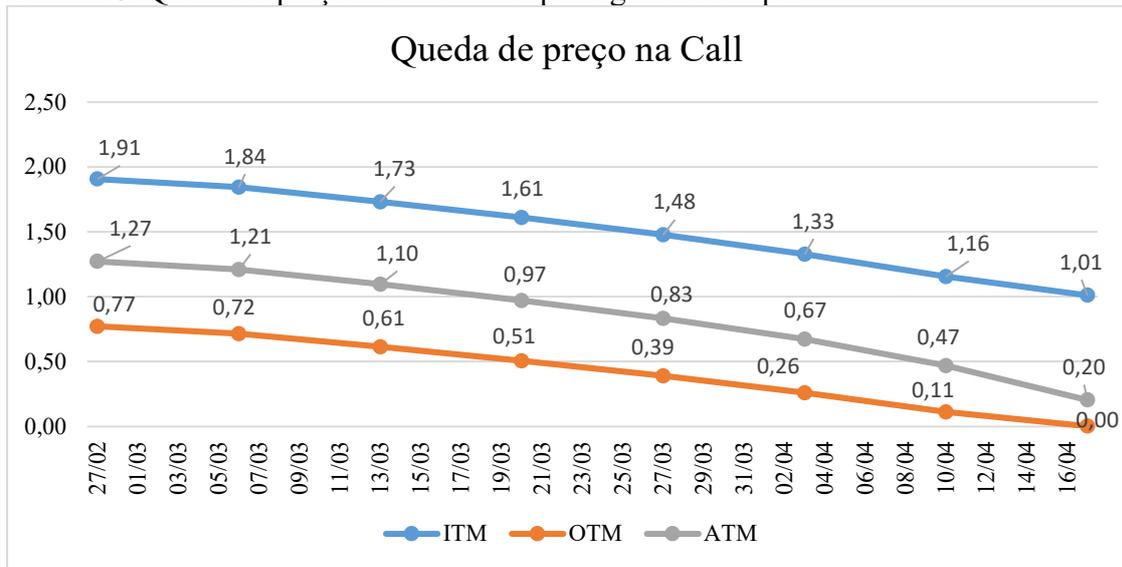
De acordo com Silva (1998), as opções dentro e fora do dinheiro possuem uma perda de valor que vai diminuindo com o passar do tempo. Já para uma opção fora do dinheiro que só tem valor tempo, esse efeito é maior do que para a opção dentro do dinheiro, entretanto a opção no dinheiro perde mais valor a cada dia que passa. Faltando entre 12 a 10 dias para o vencimento há uma aceleração na perda que atinge o pico as vésperas do vencimento, sendo uma característica comum das opções.

Quando desejamos vender uma opção seria melhor escolher aquela que está no dinheiro e mais próxima ao vencimento, a perda de valor com a passagem do tempo é um forte aliado de quem está vendido na opção. Quando queremos comprar uma opção devemos escolher aquela que está mais distante do vencimento, assim não perderemos muito valor da opção com a passagem do tempo.

No Gráfico 8, pode ser observada a perda de valor dos contratos de compra dada a passagem do tempo. Através da fórmula de Black-Scholes foram calculados os preços para uma opção dentro do dinheiro ou *in the money* (ITM) no preço do ativo objeto de R\$ 17,00, uma opção no dinheiro ou *at the Money* (ATM) no preço de R\$ 16,00 e para a uma opção fora do dinheiro ou *out of the money* (OTM) no preço de R\$ 15,00, o *strike* é R\$ 16,00, a data inicial é 27 de fevereiro de 2017 e a data de vencimento no dia 17 de abril de 2017, as demais variáveis não foram alteradas.

Em um período de 49 dias corridos ou 33 dias úteis, o contrato dentro do dinheiro (ITM) perdeu 46,93% do seu valor, o contrato fora do dinheiro (OTM) perdeu 99,51% do seu valor e o contrato no dinheiro (ATM) perdeu 83,92% do seu valor no período.

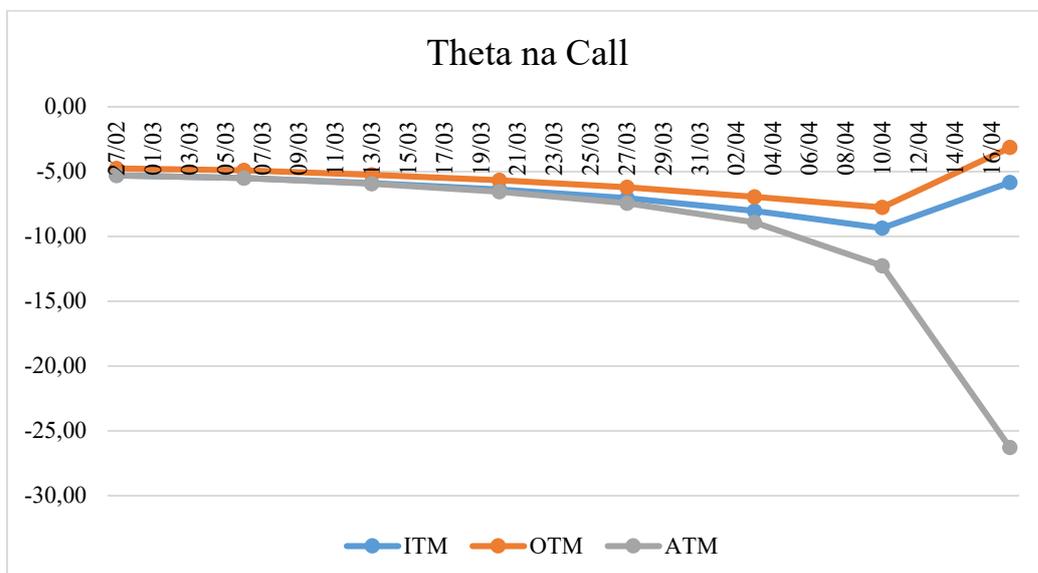
Gráfico 8: Queda de preço na call dada a passagem do tempo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Ainda conforme Silva (1998), vale lembrar que opções no dinheiro e próximas do vencimento possuem um alto grau de risco. Normalmente o Delta dessas opções é de 50% ou mais e o Gama é alto com 20% ou mais. Opções mais longas são mais caras e possuem um valor intrínseco maior, então para comprá-las é necessário investir mais dinheiro.

No Gráfico 9 pode ser observado quantas unidades monetárias, ou Thetas, a opção perde a cada semana que se passa – a queda se acentua quanto mais próximo ao vencimento para as opções no dinheiro.

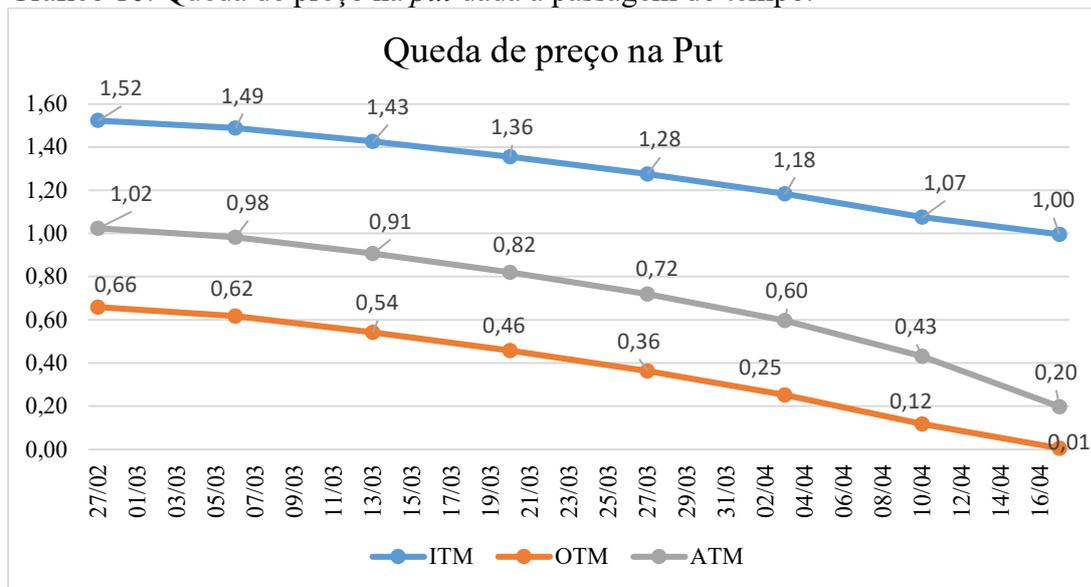
Gráfico 9: Variação do Theta(Θ) na call.

Fonte: Elaborado pelo autor.

No Gráfico 10, podemos observar a perda de valor dos contratos de venda dada a passagem do tempo. Através da fórmula de Black-Scholes, foram calculados os preços para uma opção dentro do dinheiro, ou *in the money* (ITM), no preço do ativo objeto de R\$ 15,00, uma opção no dinheiro ou *at the Money* (ATM) no preço de R\$ 16,00 e para a uma opção fora do dinheiro ou *out of the money* (OTM) no preço de R\$ 17,00. O *strike* é R\$ 16,00, a data inicial é 27 de fevereiro de 2017 e a data de vencimento no dia 17 de abril de 2017, já as demais variáveis não foram alteradas.

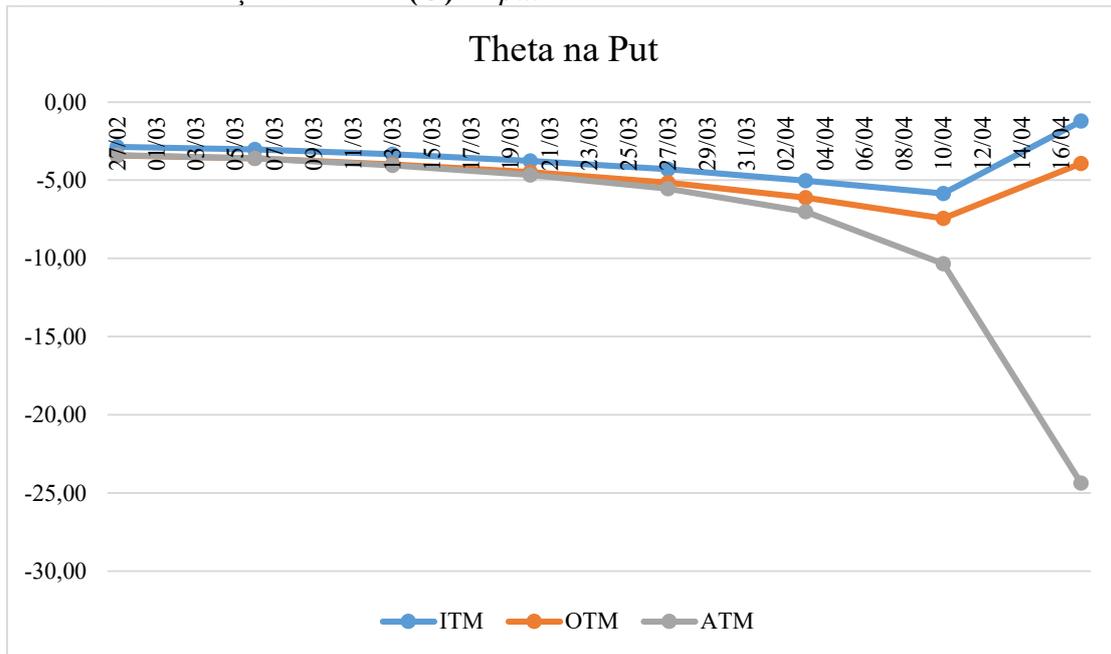
Em um período de 49 dias corridos ou 33 dias úteis, o contrato dentro do dinheiro (ITM) perdeu 34,62% do seu valor, o contrato fora do dinheiro (OTM) perdeu 99,22% do seu valor e o contrato no dinheiro (ATM) perdeu 80,74% do seu valor no período.

Gráfico 10: Queda de preço na *put* dada a passagem do tempo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

No Gráfico 11 pode ser observado quantas unidades monetárias, ou Thetas, a opção de venda perde a cada semana que se passa ou dias. A queda se acentua quanto mais próximo ao vencimento para as opções no dinheiro (ATM), para as opções ITM e OTM o pico da perda aconteceu em 7 dias corridos até o vencimento, ou na última segunda feira antes do vencimento.

Gráfico 11: Variação do Theta (Θ) na *put*.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Podemos concluir que mesmo que as outras variáveis não se alterem, é importante calcularmos o Theta diariamente para obter melhor controle das perdas de valor das opções com a passagem do tempo até o vencimento.

5.5 – Relações entre Delta, Gama e Theta

Podemos demonstrar que as medidas de sensibilidade ou letras gregas para uma ação ou portfólio com opções de compra, opções venda, ou outros ativos financeiros que dependem do preço de um ativo objeto, e que paga dividendos à taxa q devem satisfazer a seguinte condição (Hull 2005, pag. 395):

$$\Theta + (r - q)S\Delta + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Gamma = r\Pi$$

Onde:

Θ = Theta;

r = Taxa de juros livre de risco;

q = Dividendos pagos a taxa q ;

S = Preço do ativo objeto;

Δ = Delta;

σ = Volatilidade;

Γ = Gama;

Π = Valor do portfólio.

Para um portfólio Delta neutro ($\Delta = 0$) temos:

$$\theta + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \Gamma = r\Pi$$

Segundo Hull (2005), isso mostra que quando o Theta (Θ) é grande e positivo, o Gama (Γ) tende a ser grande e negativo, e vice-versa. Por essa razão o Theta pode ser considerado *proxy* do Gama em um portfólio Delta neutro.

5.6 – Vega (v)

O Vega descreve o comportamento dos prêmios das opções de acordo com variações na volatilidade, e é calculado em função do tempo – vimos que as volatilidades não são constantes e mudam com o tempo.

Segundo Hull (2005), se o Vega for alto em termos absolutos, o valor de uma opção ou de um portfólio será muito sensível a pequenas mudanças da volatilidade, caso o Vega for baixo em termos absolutos, mudanças na volatilidade terão pouco impacto no valor da opção ou portfólio. Pelo modelo de Black-Scholes para uma *call* ou uma *put* do tipo europeu sobre uma ação que não paga dividendos a fórmula do Vega será (Hull 2016, pag. 449):

$$v = S\sqrt{T} N'(d1)$$

E para uma *call* ou uma *put* do tipo europeu sobre uma ação que paga dividendos á taxa q , a fórmula do Vega será (Hull 2005, pag. 397):

$$v = S\sqrt{T} N'(d1)e^{-qT}$$

Na Tabela 29, foram calculadas mudanças no Vega para uma *call*, dados aumentos na volatilidade e mantendo as demais variáveis constantes. O Vega aumenta até a volatilidade atingir cerca de 50%, e começa a diminuir novamente. No entanto, o exemplo tem o objetivo de ser didático, uma vez que em situações reais é muito difícil ter aumentos na volatilidade sem alterar o preço do ativo objeto.

Tabela 29: Variação do Vega (v) na *call*.

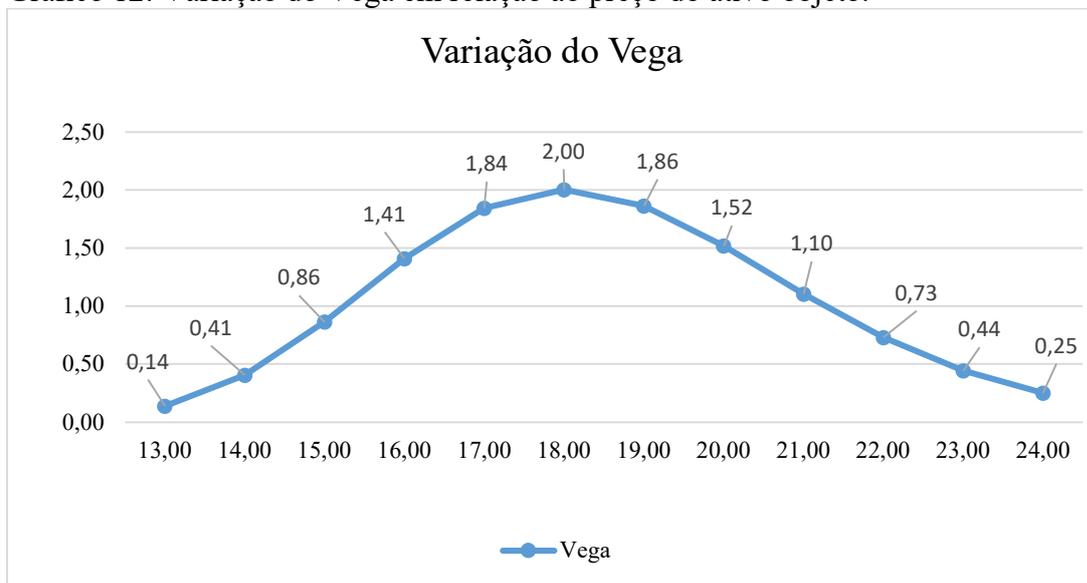
Início	20/03							
Tipo	Prêmio	(S)	(K)	(T)	(r)	(v)	(σ)	(q)
<i>call</i>	0,44	16,00	16,00	17/04	12,00%	1,764	20,00%	0
<i>call</i>	0,62	16,00	16,00	17/04	12,00%	1,777	30,00%	0
<i>call</i>	0,79	16,00	16,00	17/04	12,00%	1,780	40,00%	0

<i>call</i>	0,97	16,00	16,00	17/04	12,00%	1,781	50,00%	0
<i>call</i>	1,15	16,00	16,00	17/04	12,00%	1,780	60,00%	0
<i>call</i>	1,33	16,00	16,00	17/04	12,00%	1,779	70,00%	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

No Gráfico 12, foram elaboradas mudanças no Vega dados aumentos no preço do ativo objeto, que varia de R\$ 13,00 a R\$ 24,00 e o *Strike* é R\$ 18,00, as mudanças dos preços do ativo objeto é para o mesmo dia e as demais variáveis foram mantidas constantes.

Gráfico 12: Variação do Vega em relação ao preço do ativo objeto.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O Vega tem seu valor máximo quando a opção está no dinheiro, ou seja, com o preço do ativo objeto em 18,00, ao sair do dinheiro o Vega tende a diminuir tanto para opções dentro do dinheiro quanto fora do dinheiro. O gráfico do Vega é praticamente o mesmo para a *call* e para a *put*.

5.7 – Rho ou Rô (ρ)

A última medida de sensibilidade a ser estudada é o Rho. Essa medida reflete as variações no preço da opção dadas mudanças na taxa de juros.

Segundo Silva (1998), essa medida de risco é a exposição a que o valor de uma carteira ou ativo tem à medida que muda a taxa de juros usada para calcular o seu valor presente, ou seja, o Rho nos diz quanto o valor de um ativo objeto irá variar quando houver

uma variação da taxa de juros ou custo de oportunidade utilizado para calcular o valor do derivativo.

A partir da fórmula de Black-Scholes para uma *call* do tipo europeu sobre uma ação que não paga dividendos, a fórmula do Rho será (Hull 2016, pag. 451):

$$\rho = KTe^{-rT} N(d_2)$$

E o Rho pela fórmula de B&S para uma *put* do tipo europeu sobre uma ação que não paga dividendos (Hull 2016, pag. 451):

$$\rho = -KTe^{-r} N(-d_2)$$

Nas Tabelas 30 e 31 foi calculado o Rho para uma *call* e uma *put* respectivamente, através de alterações na taxa de juros e mantendo as demais variáveis constantes. Para se ter um risco relevante seria necessário haver grandes mudanças na taxa de juros para ter algum impacto no preço das opções.

Tabela 30: Variação do Rho (ρ) na *call*.

Início	20/03							
Tipo	Prêmio	(S)	(K)	(T)	Rho	(r)	(σ)	(q)
<i>call</i>	0,953	16,00	16,00	17/04	0,620	9,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,959	16,00	16,00	17/04	0,623	10,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,966	16,00	16,00	17/04	0,625	11,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,972	16,00	16,00	17/04	0,627	12,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,978	16,00	16,00	17/04	0,630	13,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,985	16,00	16,00	17/04	0,632	14,00%	50,00%	0
<i>call</i>	0,991	16,00	16,00	17/04	0,634	15,00%	50,00%	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

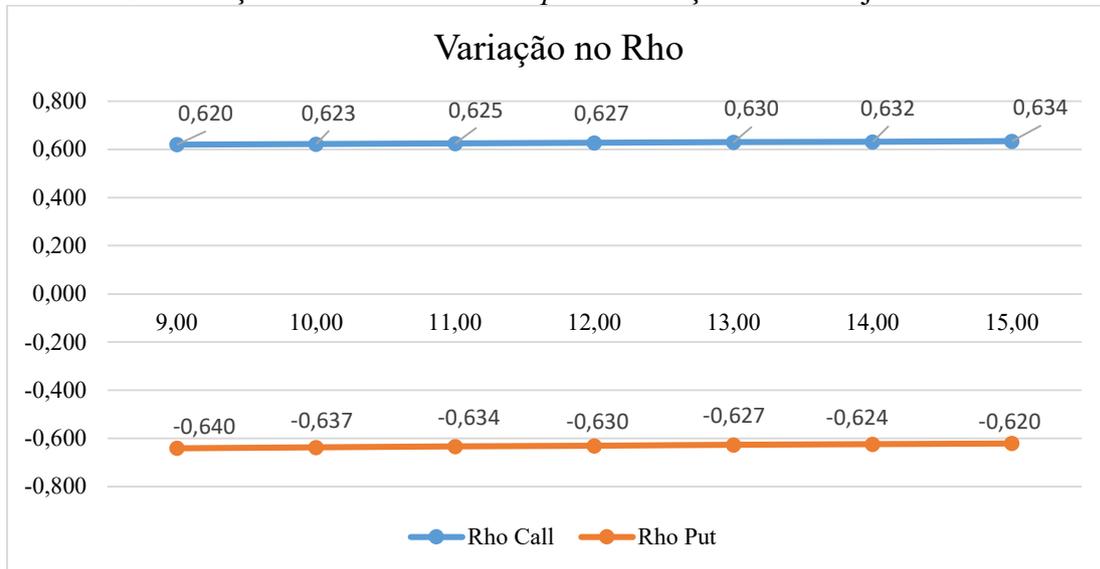
Tabela 31: Variação do Rho (ρ) na *put*.

Início	20/03							
Tipo	Prêmio	(S)	(K)	(T)	Rho	(r)	(σ)	(q)
<i>put</i>	0,839	16,00	16,00	17/04	-0,640	9,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,833	16,00	16,00	17/04	-0,637	10,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,827	16,00	16,00	17/04	-0,634	11,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,820	16,00	16,00	17/04	-0,630	12,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,814	16,00	16,00	17/04	-0,627	13,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,808	16,00	16,00	17/04	-0,624	14,00%	50,00%	0
<i>put</i>	0,802	16,00	16,00	17/04	-0,620	15,00%	50,00%	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

Podemos observar no Gráfico 13 as variações no Rho para a *call* e para a *put* em função das mudanças na taxa de juros ou custo de oportunidade.

Gráfico 13: Variação do Rho na *call* e na *put* em relação a taxa de juros.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Podemos ver que calcular as derivadas do modelo de precificação de Black-Scholes é de fundamental importância para mensurar o risco de cada posição com opções.

Conforme Silva (1994), para encontrarmos o risco total de uma carteira devemos somar os valores das sensibilidades individuais de cada opção que constitui o portfólio, ressaltando que quando a posição for vendida deve-se trocar o sinal da medida de sensibilidade, se estamos comprados em uma *call* com Delta de 0,5 e em uma *put* com o mesmo Delta, o Delta total da carteira será zero.

CAPÍTULO 6 – ESTRATÉGIAS COM VOLATILIDADE

6.1 – Operações com volatilidade mais utilizadas

Com as opções, além de comprar uma *call* ou uma *put*, ou vender uma *call* e uma *put*, é possível realizar diversas outras estratégias com combinações de opções para obter maiores lucros e também estratégias conhecidas como “travas” que tem o objetivo de limitar as perdas com esses contratos.

6.2 – Operação de financiamento e caixa

De acordo com Bessada *et al.* (2005), podemos realizar operação de financiamento e caixa com opções assim como nos mercados futuros. Essa operação é montada comprando o ativo objeto no mercado à vista e vendendo uma *call*. Deve-se comprar e vender a mesma quantidade de ações e opções respectivamente, deste modo o capital investido será a diferença entre o valor pago no ativo objeto e o prêmio recebido na venda da opção.

O valor a ser recebido no vencimento em caso de exercício será o próprio valor do *strike*, neste caso o investidor não quer ficar com o ativo objeto em sua carteira e está buscando apenas uma taxa de retorno.

Segundo Bessada *et al.* (2005), em geral, as taxas de financiamento com opções são substancialmente maiores que as taxas prefixadas no mercado, uma vez que nelas está embutido o risco de não exercício da opção. Neste caso o investidor teria que ficar com o ativo objeto ou vender pelo preço de mercado.

A fórmula para a taxa de financiamento é máxima, porque só será obtida se a opção for exercida (Bessada *et al.*, 2005, pag. 214):

$$\text{Taxa de financimanto} = \frac{K}{S - C} - 1$$

Um dos riscos nas operações de financiamento é a taxa de juros da economia subir muito mais do que o esperado na operação.

6.3 – Operação *Straddle*

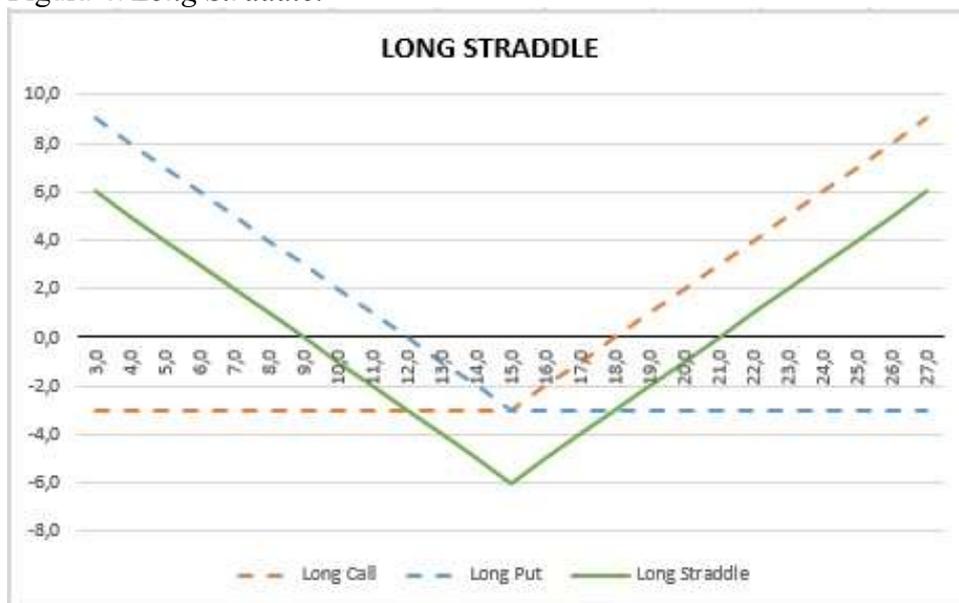
O *long straddle* (*straddle* de compra), que também é conhecido como *bottom straddle* ou *straddle purchase*, é uma estratégia que é montada comprando uma *call* (*at the money*) e uma *put* no dinheiro (*at the money*) do mesmo ativo objeto, com o mesmo *strike* e a mesma data de vencimento.

Nessa operação, o investidor tem a expectativa de o ativo objeto se valorizar ou se desvalorizar de maneira acentuada, podemos dizer que é uma operação de compra de volatilidade. O ganho nesta estratégia é ilimitado sempre que o ativo objeto se mover para cima ou para baixo. Para a *call*, o lucro será $S-K$, e para a *put*, $K-S$, e deve-se subtrair o prêmio pago pelas opções.

O risco total desta operação está limitado à soma dos prêmios pagos na *call* e na *put*, caso o ativo objeto não se movimentar em nenhuma das direções esperadas e as opções “virarem pó” no vencimento.

Para elaborar a Figura 4 foi utilizado uma *call* e uma *put* com o mesmo *strike* igual a 15,00 e os prêmios pagos foram de 3,00 tanto para a *call* quanto para a *put*, podemos observar que a perda máxima na curva *Straddle* seria de 6,00, que é a soma dos prêmios pagos pelas duas opções de compra. O ganho com essa operação ocorreria caso o preço do ativo objeto estivesse acima de 21,00 e abaixo de 9,00.

Figura 4: *Long Straddle*.



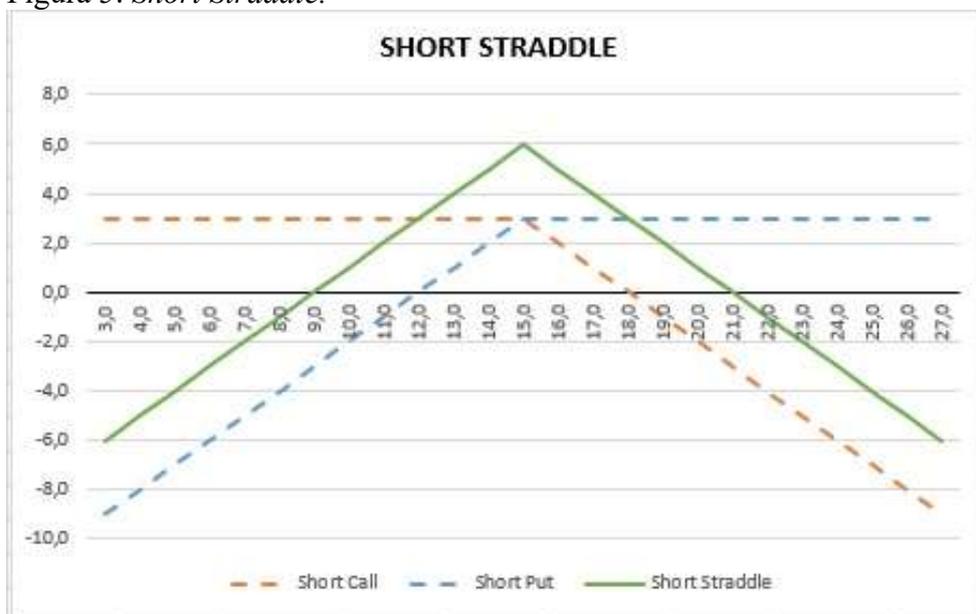
Fonte: Elaborado pelo autor.

Já no *short straddle* (*straddle* de venda), que também é conhecido como *top straddle* ou *straddle* de lançamento (*straddle write*), a operação será o inverso do *straddle* de compra. A estratégia é montada vendendo uma *call* e uma *put* do mesmo ativo objeto, com o mesmo *strike* e a mesma data de vencimento. Neste caso, o investidor irá ganhar se o preço do ativo objeto estiver próximo ao *strike*, trata-se de uma operação de venda de volatilidade. Nessa operação o investidor irá receber o prêmio pela venda das opções.

Entretanto, Bessada *et al.* (2005) alerta que está operação é de alto risco, uma vez que uma grande oscilação em qualquer uma das direções pode ser ilimitada, podendo gerar grandes prejuízos ao investidor.

Para elaborar a Figura 5 do *short straddle* foi utilizado uma *call* e uma *put* com o mesmo *strike* igual a 15,00 e os prêmios recebidos pela venda das opções foram de 3,00 tanto para a *call* quanto para a *put*, nesse exemplo a perda máxima na curva *Straddle* é ilimitada e ocorreria caso o ativo objeto se valorizasse ou se desvalorizasse de maneira acentuada. O ganho máximo com essa operação seria de 6,00 pelo recebimento dos prêmios, e ocorreria caso o preço do ativo objeto estivesse em 15,00.

Figura 5: *Short Straddle*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

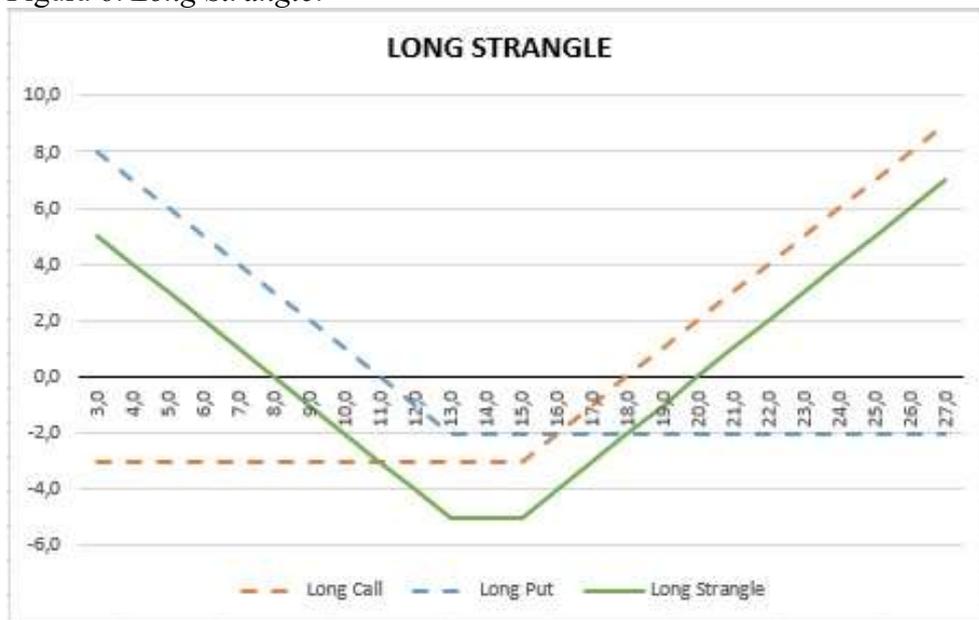
6.4 – Operação *Strangle*

No *long strangle* (*strangle* de compra) que também é conhecido como *bottom vertical combination*, a estratégia consiste em comprar uma *call* com *strike* maior que o preço do ativo objeto (fora do dinheiro) e a compra de uma *put* com *strike* menor que o preço do ativo objeto (fora do dinheiro), sendo as duas opções com a mesma data de vencimento.

Nessa estratégia, o investidor espera que o ativo objeto se valorize ou se desvalorize de maneira acentuada, porém não sabe ao certo em qual direção, a operação é de compra de volatilidade. O ganho na operação será ilimitado sempre que o ativo objeto se mover para cima ou para baixo, para a *call* o lucro será $S-K$, e para a *put*, $K-S$, e deve-se subtrair o prêmio pago pelas opções.

A Figura 6 foi elaborada utilizando uma *call* com *strike* de 15,00 e uma *put* com o *strike* igual a 13,00, o prêmio pago pela *call* foi de 3,00 e o prêmio pago pela *put* foi de 2,00. Podemos observar que a perda máxima na curva *strangle* seria de 5,00, que é a soma dos prêmios pagos pelas duas opções de compra. O ganho com essa operação ocorreria caso o preço do ativo objeto estivesse acima de 20,00 e abaixo de 8,00.

Figura 6: *Long Strangle*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

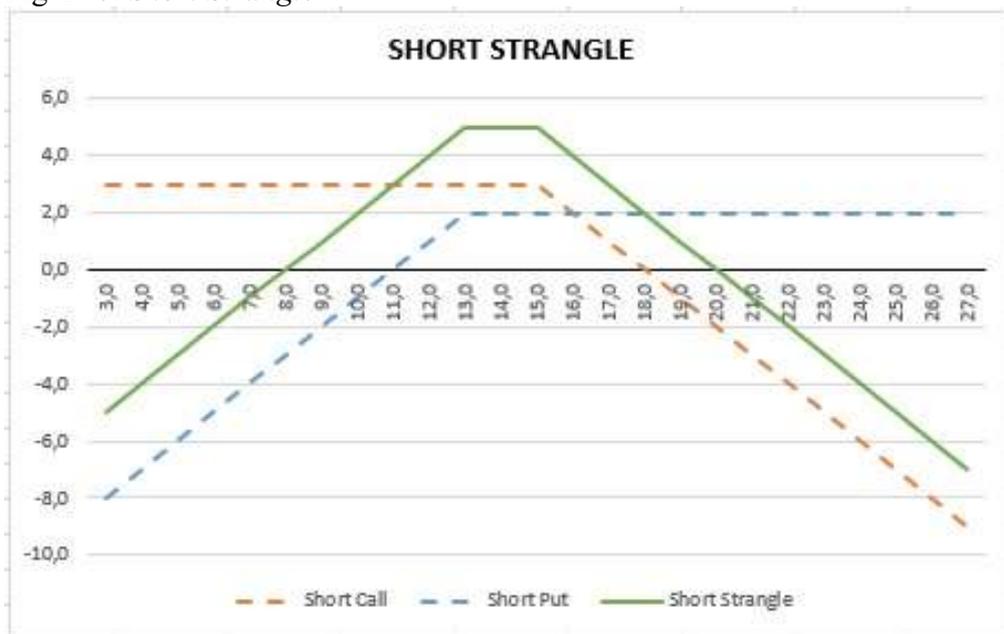
O risco total desta operação está limitado à soma dos prêmios pagos na *call* e na *put*, caso o ativo objeto não se movimentar em nenhuma das direções esperadas e as opções “virarem pó” no vencimento.

No *short strangle* (*strangle* de venda) a estratégia será o inverso do *strangle* de compra. A operação é montada vendendo uma *put* com *strike* menor que o preço do ativo objeto (fora do dinheiro) e vendendo uma *call* com *strike* maior que o preço do ativo objeto (fora do dinheiro), sendo as duas opções com a mesma data de vencimento, o valor inicial da operação será um crédito para o investidor pela venda das opções.

Nessa estratégia, o investidor espera que o ativo objeto se movimente pouco no mercado, caso o ativo objeto se movimentar muito em qualquer direção o investidor terá um prejuízo, a operação é venda de volatilidade.

A Figura 7 foi elaborada utilizando uma *call* com *strike* de 15,00 e uma *put* com o *strike* de 13,00, o prêmio recebido pela venda da *call* foi de 3,00 e o prêmio recebido pela venda da *put* foi de 2,00. Podemos observar que a perda máxima na curva *strangle* seria ilimitada caso o ativo objeto se valorizasse ou se desvalorizasse de maneira acentuada, o ganho máximo com essa operação seria de 5,00 que é a soma dos prêmios recebidos pelas vendas das opções, e ocorreria caso o preço do ativo objeto estivesse entre 13,00 e 15,00.

Figura 7: *Short Strangle*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

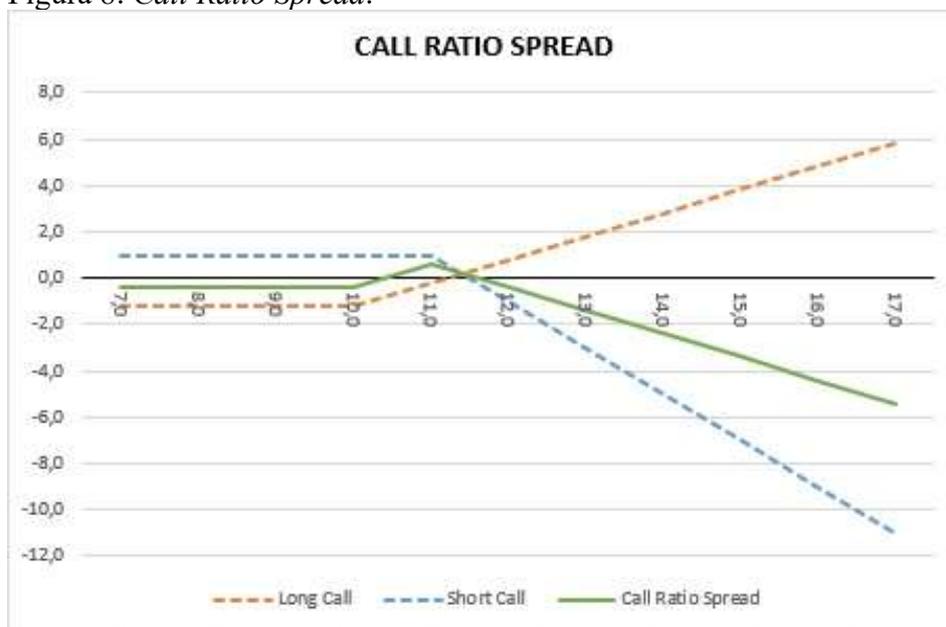
6.5 – Operação *Call Ratio Spread*

Na estratégia de venda *call ratio spread*, o investidor irá comprar uma *call* com *strike* menor que o preço do ativo objeto e vender duas ou mais *calls* com *strike* maior que o preço do ativo objeto, todas para o mesmo vencimento – trata-se de uma operação de venda de volatilidade. Nessa estratégia, o investidor espera que o ativo objeto irá se movimentar pouco até o vencimento dos contratos.

Segundo Silva (1994), a finalidade básica dessa estratégia é reduzir os custos da compra da *call* de *strike* mais baixo assim como o *time decay*, a compra de uma *call* e a venda de duas *calls* serão em uma proporção delta neutro.

Foi elaborada a Figura 8 utilizando a compra de uma *call* com *strike* de 10,00 e a venda de duas *calls* com o *strike* de 12,00, foi pago o prêmio de 1,20 pela compra da *call* e foi recebido 1,00 pela venda das duas *calls*, sendo 0,50 o prêmio de cada *call* vendida. O custo de montagem da opção foi reduzido para 0,20 - o ganho máximo com essa operação seria de 0,60 e ocorreria caso o ativo objeto não se movimentasse muito até o vencimento, permanecendo em torno de 11,00.

Figura 8: *Call Ratio Spread*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O risco da operação é o preço do ativo objeto ficar acima de 12,00 e caso o preço do ativo objeto ficar abaixo dos três *strikes* as opções “viram pó” no vencimento e o investidor ficará com o ativo objeto em carteira.

6.6 – Outras Operações

Com as opções também podem ser feitas outras estratégias como *Spread* de Alta (*Call Bull Spread*), *Spread* de baixa (*Put Bear Spread*), *Straddle*, *Call Ratio Backspread*, *Put Ratio*, Compra e Venda de *Condor*, Compra e Venda de *Butterfly*, entre outras. Foram apresentadas algumas das estratégias mais conhecidas com as opções, contudo existem mais de 100 estratégias com esses contratos, e apresentar todas nesse trabalho não seria possível. Cada um poderá buscar uma estratégia específica que se enquadra mais com seu perfil de investidor ou com determinado momento econômico.

CAPÍTULO 7 – OPERANDO COM A VOLATILIDADE: APLICAÇÃO ÀS PRINCIPAIS AÇÕES NA BOVESPA

7.1 – Volatilidade

Há variados fatores que podem trazer volatilidade, como notícias sobre política ou eleições, notícias do mercado, fatores macroeconômicos, fatores internacionais, fatos relevantes das empresas, fusões e aquisições, número de negócios, volume negociado, as decisões das próprias empresas com relação ao seu produto, preço do petróleo, preço do minério, taxa de juros básica da economia, dentre outros que possam criar alterações em expectativas.

Altas volatilidades podem trazer grandes ganhos ou grandes perdas para os investidores. Além dos eventos esperados já citados, temos os eventos imprevistos que são chamados por alguns investidores e *traders* de “cisnes negros”, que são acontecimentos inesperados que podem trazer forte impacto econômico e financeiro. Não sendo previsíveis pelos modelos convencionais, estes eventos costumam provocar fortes turbulências nas Bolsas de Valores pelo mundo.

No Brasil, no dia 18 de maio de 2017 ocorreu um desses eventos ocasionando um *circuit breaker* na bolsa brasileira, provocado por expectativas de uma delação da empresa JBS sobre o Presidente do Brasil.

HÁ também as “bolhas financeiras” como eventos inesperados, como a crise do *subprime* nos Estados Unidos em 2008, que ocasionou quedas fortes em várias Bolsas pelo mundo e acionou o *circuit breaker* da Bolsa Brasileira durante cinco dias. Outras crises no passado, como a crise russa em 1998, e a crise cambial no Brasil em 1999, também provocaram acionamento do *circuit breaker*. Na Tabela 32, são apresentados os dias em que houve essa paralisação da bolsa.

Tabela 32: Acionamento do *circuit breaker* da Bolsa Brasileira.

Data	Pontos Ibovespa	Queda Ibovespa %	Evento
17/09/1998	6.432,41	-4,84%	Crise Russa
13/01/1999	5.617,06	-5,05%	Câmbio Flutuante
14/01/1999	5.057,19	-9,97%	Câmbio Flutuante
29/09/2008	46.028,06	-9,36%	Subprime
06/10/2008	42.100,79	-5,43%	Subprime

10/10/2008	35.609,54	-3,97%	Subprime
15/10/2008	36.833,02	-11,39%	Subprime
22/10/2008	35.069,73	-10,18%	Subprime
18/05/2017	61.597,05	-8,80%	Delação JBS

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Tabela, são apresentadas as variações com relação ao fechamento do dia anterior, porém em todos esses dias, a Bolsa do Brasil obteve quedas superiores a 10% ou mais no mesmo dia, ocorrendo o acionamento do mecanismo de paralisação das negociações por meia hora. No dia 06/10/2008, houve duas paralisações, o segundo *circuit breaker* acontece quando a queda é superior a 15% sendo que o pregão é interrompido por uma hora. Após a segunda paralisação, não há mais limites e a decisão de uma nova suspensão dependerá de uma decisão do diretor do pregão.

Neste trabalho, serão utilizadas divulgações de resultados das empresas como fatores de aumentos de volatilidade, podendo gerar grandes ganhos ou grandes perdas para um investidor que toma decisões de investimento antecipando melhoras nos indicadores fundamentalistas das empresas. Quando os indicadores pioram, os investidores tendem a vender as ações e procurar melhores oportunidades. O Brasil vem passando por uma grave crise econômica e política nos últimos anos, mas esses fatores não serão levados em consideração nesta etapa do trabalho visto que houve centenas de notícias nos últimos meses e o trabalho perderia seu foco.

Com relação às divulgações de resultados das empresas, elas acontecem quatro vezes por ano, sendo que na primeira divulgação do ano é apresentado o fechamento dos balanços e demonstrações dos resultados do ano anterior e também dos últimos três meses. Quando isso acontece, o volume negociado de ações e opções costuma aumentar significativamente, e muitos investidores podem alterar as ações que compõe sua carteira ou portfólio buscando melhores oportunidades.

Como no início da elaboração deste estudo ainda não era possível saber ao certo a data das divulgações, que geralmente acontecem entre fevereiro e março, buscou-se um contrato que abrangesse todo o período. O vencimento das opções acontece na terceira segunda-feira, sendo utilizados contratos com vencimento em abril, visto que alguma empresa poderia

divulgar os resultados após o vencimento dos contratos com a série para março, e o trabalho ficaria comprometido.

É mais comum negociar opções com vencimento no mês vigente ou para o mês seguinte, os contratos que vencem 3, 4 ou mais meses após a data atual costumam ter uma quantidade menor de negócios e valores negociados. No contrato mais longo, caso um investidor optasse por desmontar sua posição antes do vencimento, poderia encontrar dificuldades por falta de liquidez, sendo que escolher o melhor contrato para cada estratégia se torna determinante.

Com o propósito científico deste trabalho, os contratos serão analisados e estudados até o vencimento, onde será possível notar que um investidor poderia sair de sua posição a qualquer momento obtendo lucros ou diminuindo prejuízos.

7.2 – Volatilidade em PETR4

Elaborando um gráfico de volatilidades, notou-se que a mesma não permanece estável, mas oscila em torno da média das volatilidades dos períodos anteriores. Observa-se também um fenômeno de “regressão à média”, ou seja, quando a volatilidade está muito baixa ela tende a subir, e quando está muito alta a volatilidade tende a cair.

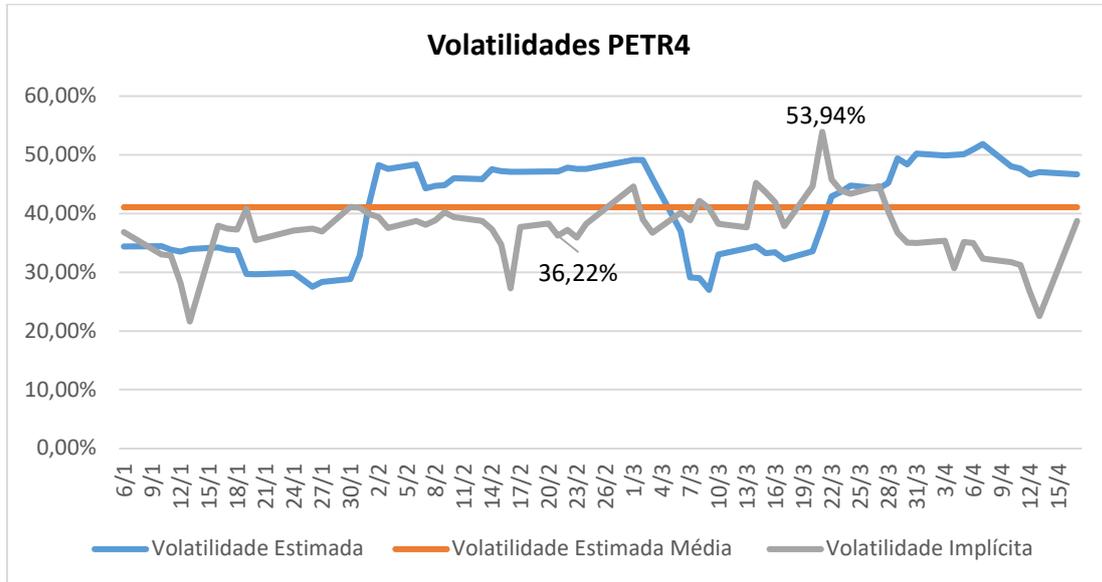
Conforme estudado, se a volatilidade aumenta, os preços das opções tendem a subir e se a volatilidade cai o preço das opções tendem a cair. Esta relação também se aplica ao preço do ativo objeto, ou seja, altas volatilidades podem gerar grandes ganhos em movimentos de alta, se a ação estiver subindo ou gerar grandes perdas em movimentos de baixa.

A partir desse raciocínio podemos elaborar estratégias com base na volatilidade implícita e na volatilidade estimada. O objetivo da estratégia é comprar volatilidade baixa e vender volatilidade alta para obter ganhos sobre o investimento, ou ainda utilizar a volatilidade para proteger uma ação a partir de alguma expectativa futura.

No Gráfico 14, foram incluídas as volatilidades implícita e estimada. Para a volatilidade implícita, foi utilizado o contrato (*put*) PETRP15 com vencimento no dia 17 de abril de 2017 e preço de exercício em R\$15,00. Para a volatilidade estimada anualizada, cada

ponto de volatilidade calculado pelo desvio-padrão dos retornos logarítmicos dos preços do ativo PETR4 referente aos 21 pregões anteriores.

Gráfico 14: Volatilidade estimada e volatilidade implícita para PETR4 – informações para 2017.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Foi realizado um acompanhamento do contrato de janeiro de 2017 até o seu vencimento. O objetivo da estratégia era realizar uma proteção, ou seguro, em PETR4 comprando uma *put*. Os investidores esperavam que a empresa conseguiria melhorar seus resultados e receitas com relação ao resultado do ano anterior – como se sabe, a empresa passa por um processo de desinvestimentos de ativos e redução de dívidas. Na Tabela 33, são apresentados alguns indicadores da empresa em anos recentes.

Tabela 33: Indicadores de resultados para Petrobrás.

	2016	2015	2014	2013
*Receitas	282.589,00	321.638,00	337.260,00	304.890,00
*EBIT = LAJIR	17.111,00	-13.188,00	-21.916,00	34.357,00
*Depreciação	48.543,00	38.574,00	30.677,00	28.467,22
*EBITDA = LAJIDA	65.654,00	25.386,00	8.761,00	62.824,22
*Investimentos	-49.289,00	-71.311,00	-81.909,00	-97.924,62
*Capital de Giro	18.487,00	1.123,00	14.927,00	1.895,00

Fonte: Elaborado pelo autor. (*Em milhões de reais.)

Como a divulgação dos resultados estava prevista para março de 2017, utilizou-se um contrato com vencimento para o mês de abril para abranger todo o período. Pode-se observar

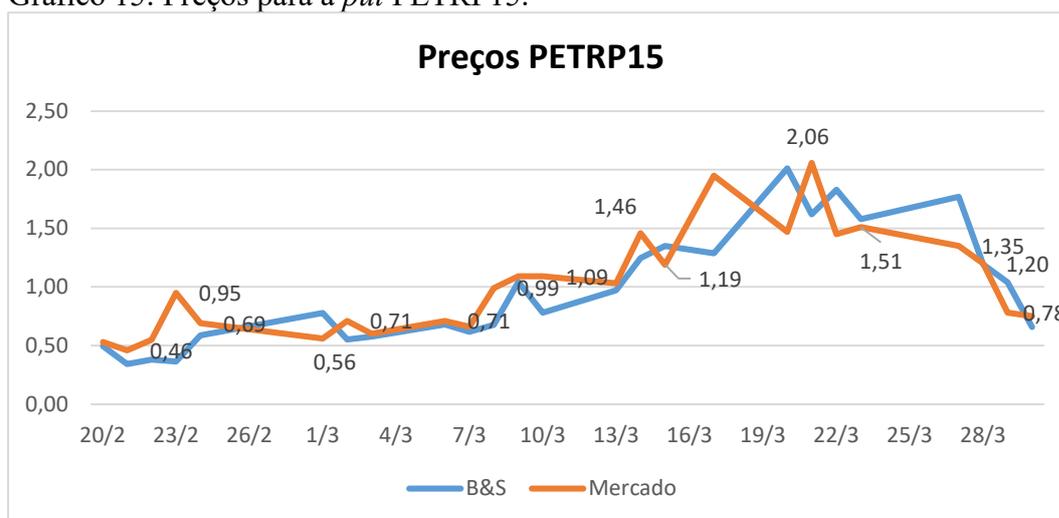
no Gráfico 14 o aumento na volatilidade implícita do contrato no mês de março com a aproximação do período de divulgação dos resultados. A opção foi adquirida em fevereiro onde notou-se a volatilidade baixa para os contratos, ou seja, preços menores.

O contrato foi comprado no dia 21 de fevereiro, um dia após o vencimento dos contratos daquele mês. A volatilidade implícita estava variando entre 36% e 38%, que foi considerada baixa para o período em questão. Foi utilizado nesta estratégia o preço da *put* obtido às 16 horas de R\$0,44, e o ativo objeto (PETR4) estava em R\$ 16,10. Levando em consideração que já tínhamos as ações na carteira, o custo da operação seria a compra da *put*.

Em um fato relevante divulgado no dia 8 de março, a companhia informou aos acionistas que a divulgação dos resultados referente ao fechamento de 2016 ocorreria no dia 21 de março após o pregão (*After Market*), um dia após o vencimento das opções daquele mês que foi na segunda-feira dia 20.

O Gráfico 15 mostra o preço teórico calculado por B&S e o preço de mercado da *put*. Podemos observar que as volatilidades do Gráfico 14 nos dão uma referência para os preços da opção, quando comparamos o mesmo período do Gráfico 15 de preços com o Gráfico 14 de volatilidades.

Gráfico 15: Preços para a *put* PETRP15.



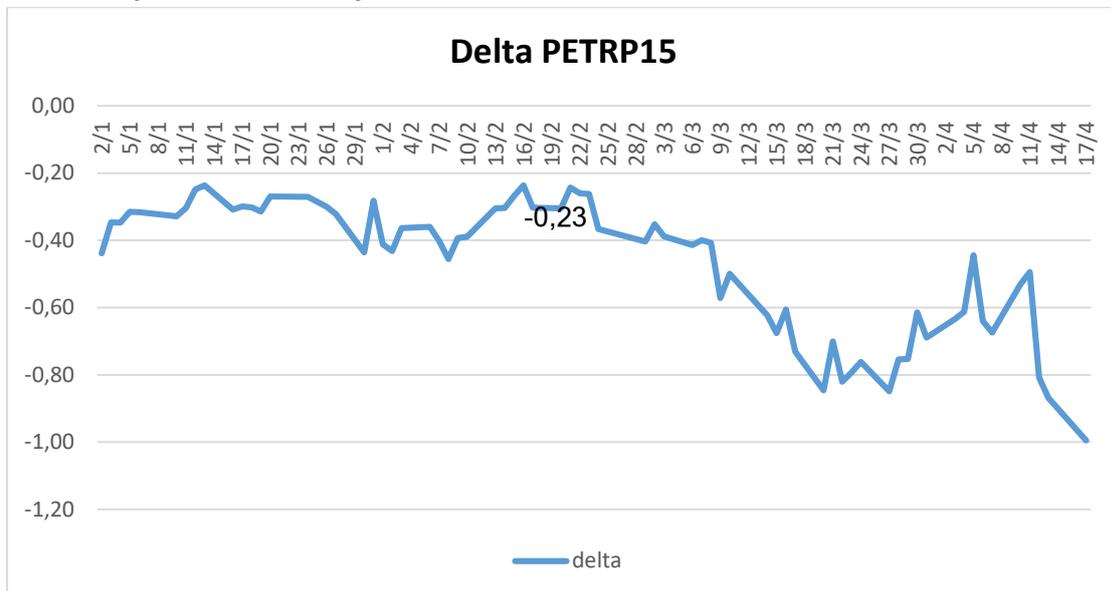
Fonte: Elaborado pelo autor.

O Delta na entrada da operação calculado por B&S foi de $-0,2429$, e para calcular o Delta no vencimento podemos dividir a variação no preço da *put* pela variação do preço da ação:

$$\Delta = \frac{0,91 - 0,44}{14,08 - 16,10} = -0,2327$$

Podemos concluir que a cada real que a ação perder em seu preço a *put* irá valorizar-se em aproximadamente R\$ 0,23. Também podemos dizer que o risco era 23,27%. No Gráfico 16, é apresentado o Delta da opção no ano de 2017 até o vencimento.

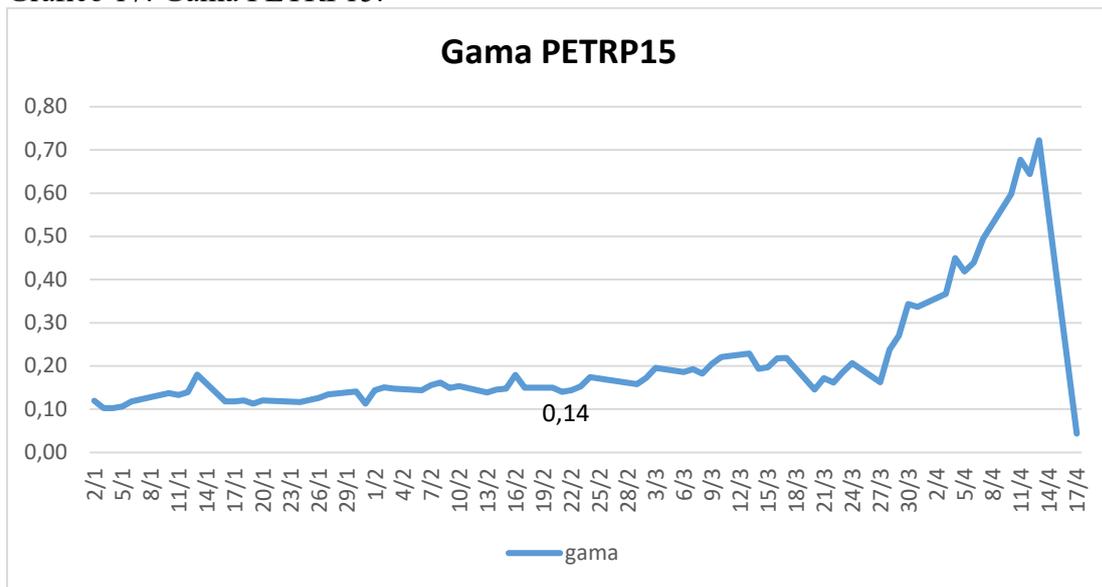
Gráfico 16: Delta PETRP15.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O Gama da opção calculado por B&S foi 0,14 ou 14,00%, que indica quantos Deltas a opção irá variar a cada R\$ 1,00 de variação no ativo objeto. Ou seja, é a velocidade com que a opção muda suas características, quanto maior o Gama mais o Delta irá variar. No Gráfico 17, é apresentado o Gama da opção no ano de 2017 até o vencimento.

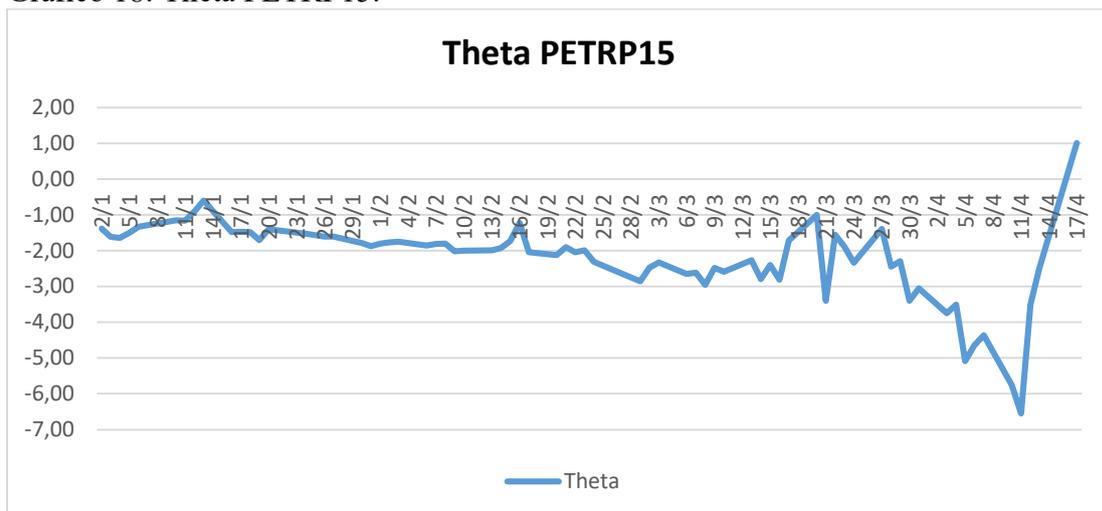
Gráfico 17: Gama PETRP15.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Já o Theta da operação foi de $-1,90$ calculado por B&S, e vimos que esta medida de sensibilidade mede a variação no prêmio da opção dada a passagem do tempo. Neste caso, o valor é baixo porque a entrada foi feita quase dois meses antes do vencimento, e conforme estudado, quando o Theta é pequeno o Gama tende a ser pequeno. No Gráfico 18 é apresentado o Theta da opção no ano de 2017 até o vencimento.

Gráfico 18: Theta PETRP15.

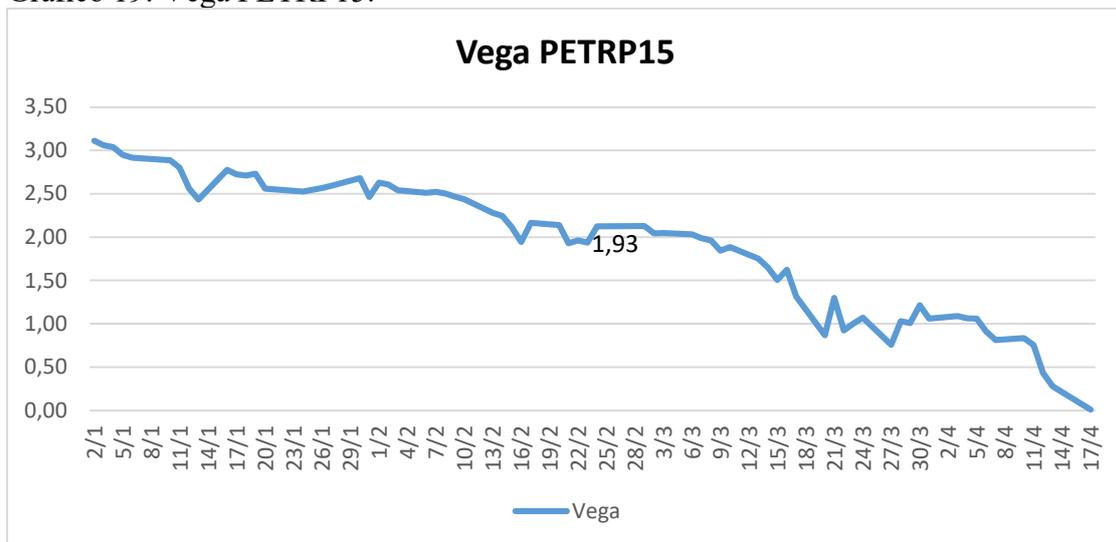


Fonte: Elaborado pelo autor.

O Vega foi de $1,93$ e descreve o comportamento do prêmio da opção com variações na volatilidade, vimos que a volatilidade não é estável, ou seja, muda com o tempo. Conforme

estudado, se o Vega for alto em termos absolutos, o valor de uma opção será muito sensível a pequenas mudanças da volatilidade, e caso o Vega for baixo, mudanças na volatilidade terão pouco impacto no valor da opção. No Gráfico 19 é apresentado o Vega da opção no ano de 2017 até o vencimento.

Gráfico 19: Vega PETRP15.



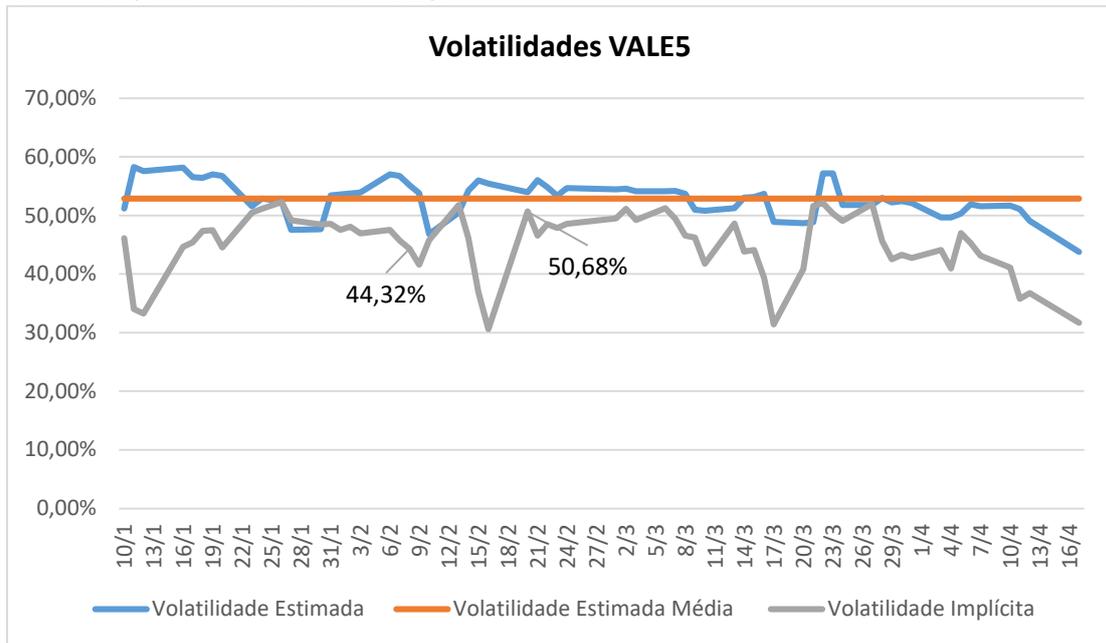
Fonte: Elaborado pelo autor.

7.3 – Volatilidades em VALE5

As volatilidades também foram estudadas para a empresa Vale. As ações e opções da empresa mineradora estão entre as mais negociadas da Bolsa.

Para elaborar o Gráfico 20 foi utilizado o contrato (*call*) VALED35 com vencimento no dia 17 de abril e preço de exercício em R\$35,36, e para a volatilidade estimada, esta foi calculada pelo desvio-padrão anualizado dos retornos logarítmicos dos preços do ativo VALE5 referente aos 21 pregões anteriores.

Gráfico 20: Volatilidades VALE5.



2

Fonte: Elaborado pelo autor.

Era esperado um aumento na volatilidade implícita do contrato com um aumento no valor das ações da empresa, que estavam em alta desde o início de 2016. A divulgação dos resultados ocorreu do dia 23 de fevereiro após o pregão. Na Tabela 34, são identificados alguns indicadores para a empresa.

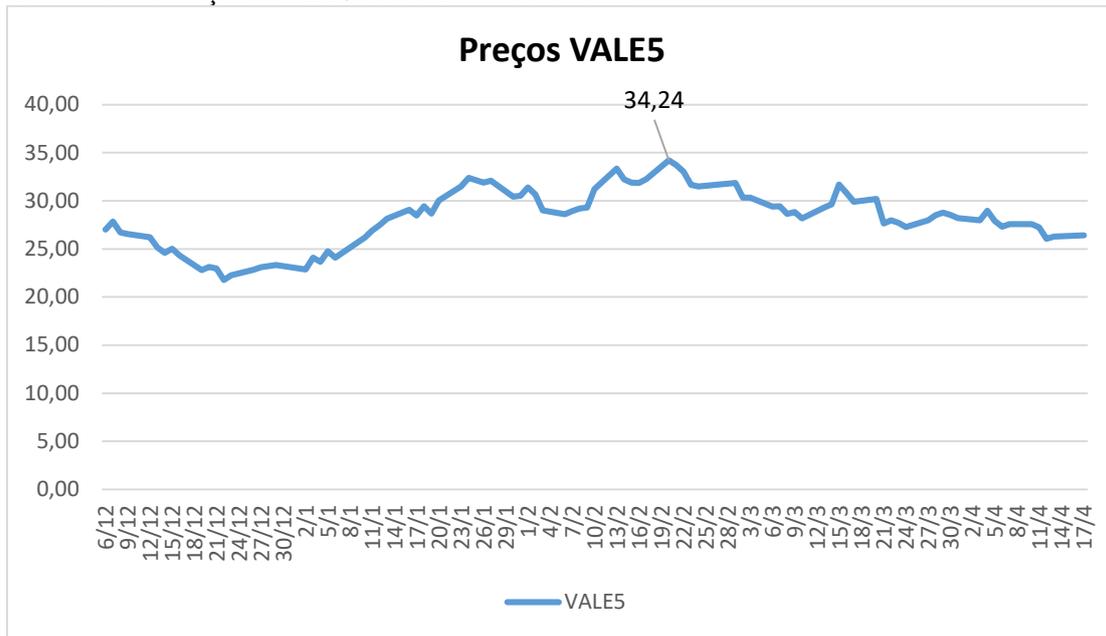
Tabela 34: Indicadores de resultados para Vale.

	2016	2015	2014	2013
*Receitas	94.633,26	78.057,42	82.618,91	101.489,75
*EBIT = LAJIR	25.072,73	-27.191,30	20.828,35	33.436,71
*Depreciação	12.106,86	12.450,24	9.129,61	8.953,35
*EBITDA = LAJIDA	37.179,59	-14.741,06	29.957,96	42.390,06
*Investimentos	-17.343,36	-26.931,19	-26.253,87	-28.548,04
*Capital de Giro	28.456,80	15.002,43	18.443,85	26.280,03

Fonte: Elaborado pelo autor. (*Em milhões de reais.)

A cotação da ação e da opção chegou a seu preço mais alto no dia 20 de fevereiro, dia do vencimento dos contratos daquele mês. No Gráfico 21 abaixo são apresentados os preços de fechamento das ações da empresa.

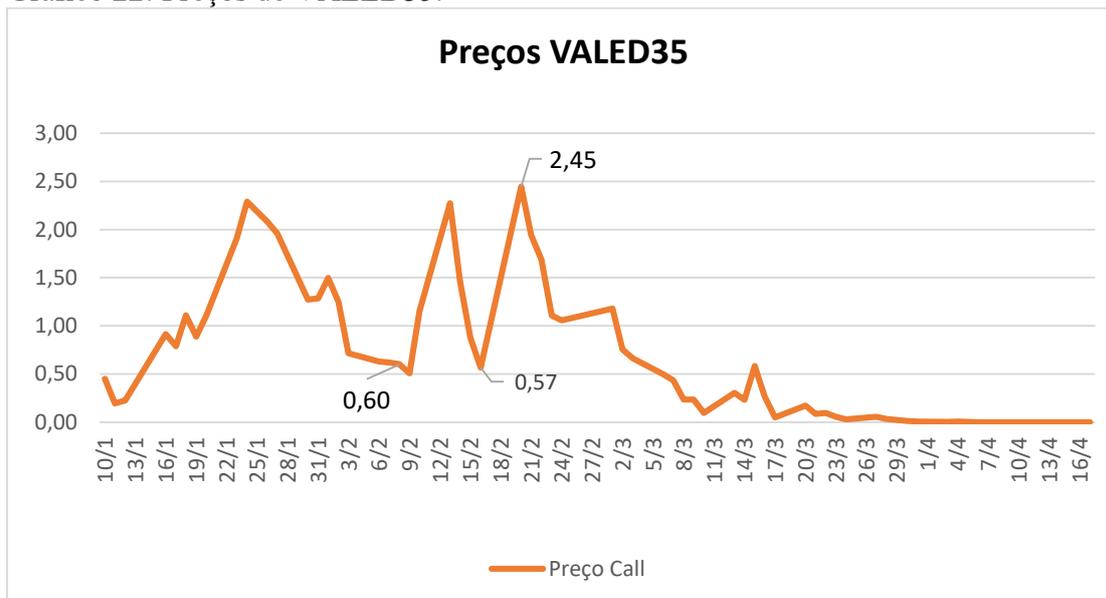
Gráfico 21: Preços VALE5 de dezembro a abril.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A entrada na operação ocorreu no dia 8 de fevereiro de 2017 quando se identificou uma volatilidade mais baixa para a opção no período. A ação estava COTADA em R\$ 28,70 às 16:00 horas. O valor de compra da *call* no mercado foi R\$ 0,59 e o preço de B&S foi de R\$ 0,60. No Gráfico 22 são apresentados os preços para a *call*.

Gráfico 22: Preços de VALED35.

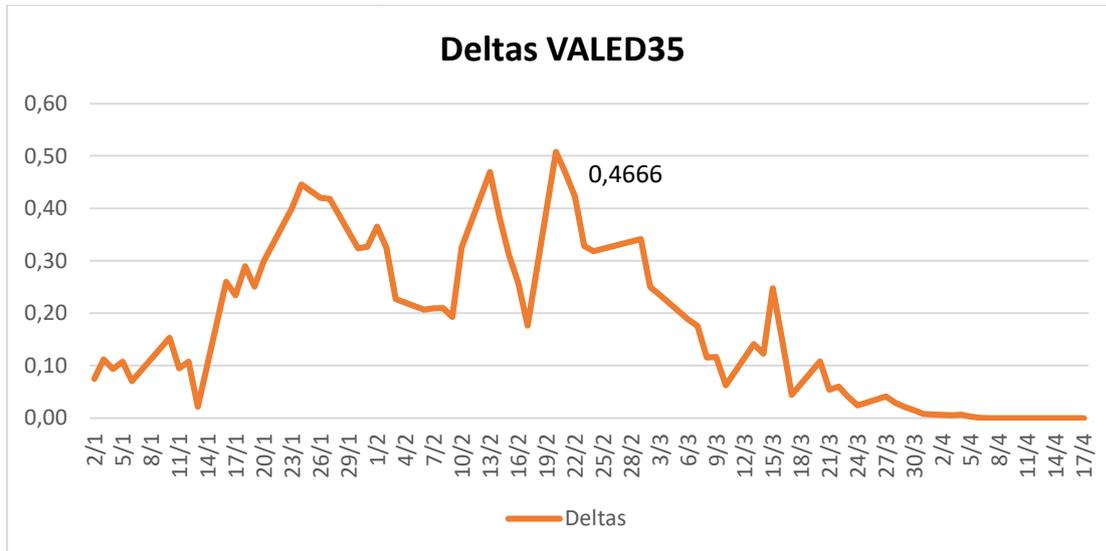


Fonte: Elaborado pelo autor.

O resultado da operação é um prejuízo de 100% – conforme a linguagem no mercado de opções, o contrato “virou pó” no vencimento. O valor da ação VALE5 no dia 17 de abril de 2017 foi de R\$ 26,42, e conforme estudado, quando uma opção fica muito fora do dinheiro, seu preço tende a cair. Um investidor também poderia sair da operação antes do vencimento para obter lucros ou amenizar seus prejuízos.

O Delta da operação calculado por B&S foi de 0,4646, ou seja, a cada real que a ação perder em seu preço, a *call* irá desvalorizar em aproximadamente R\$ 0,46. Também podemos dizer que o risco foi de 46,46% – um risco alto. No Gráfico 23, são apresentados os Deltas da opção no ano de 2017 até o vencimento.

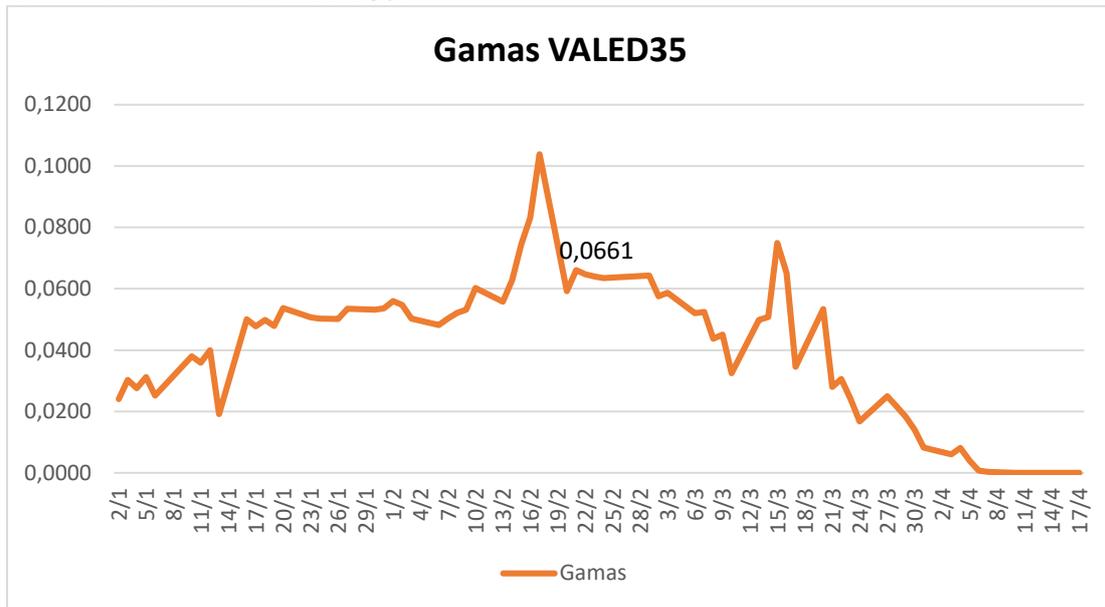
Gráfico 23: Deltas VALED35.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O Gama da operação calculado por B&S foi 0,0661, que indica quantos Deltas a opção irá variar a cada R\$ 1,00 de variação no ativo objeto, ou seja, é a velocidade com que a opção muda suas características – neste caso, o Gama é baixo. No Gráfico 24, são apresentados os Gammas da opção no ano de 2017 até o vencimento.

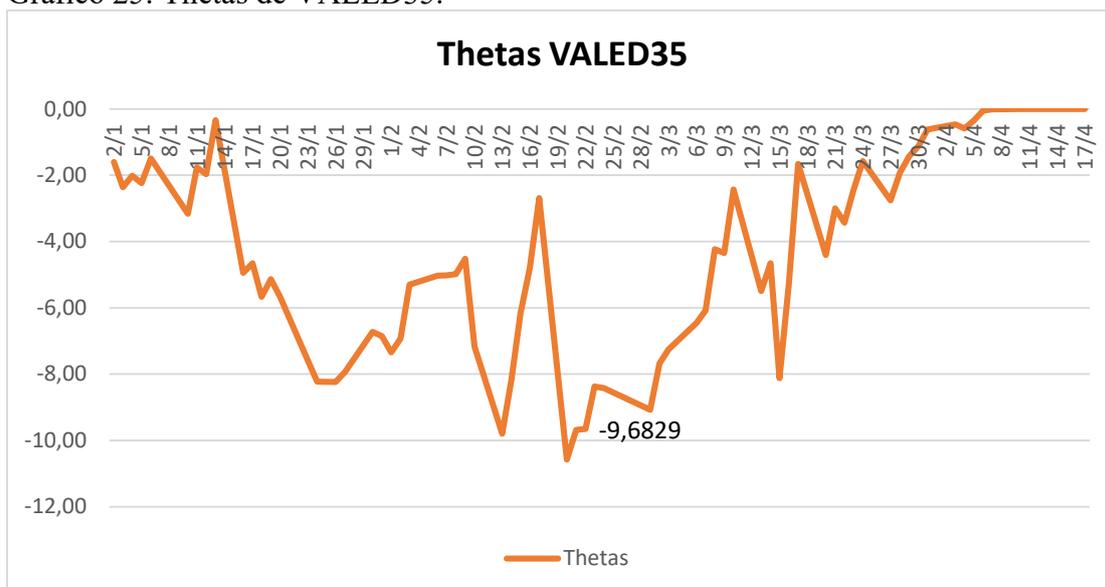
Gráfico 24: Gamas VALED35.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O Theta da operação foi de $-9,6829$, calculado por B&S. Esta medida de sensibilidade mede a variação no prêmio da opção dada a passagem do tempo – neste caso o valor é alto. Vemos no Gráfico 25 que a opção de desvaloriza muito rápido – temos a perda de Thetas até o vencimento.

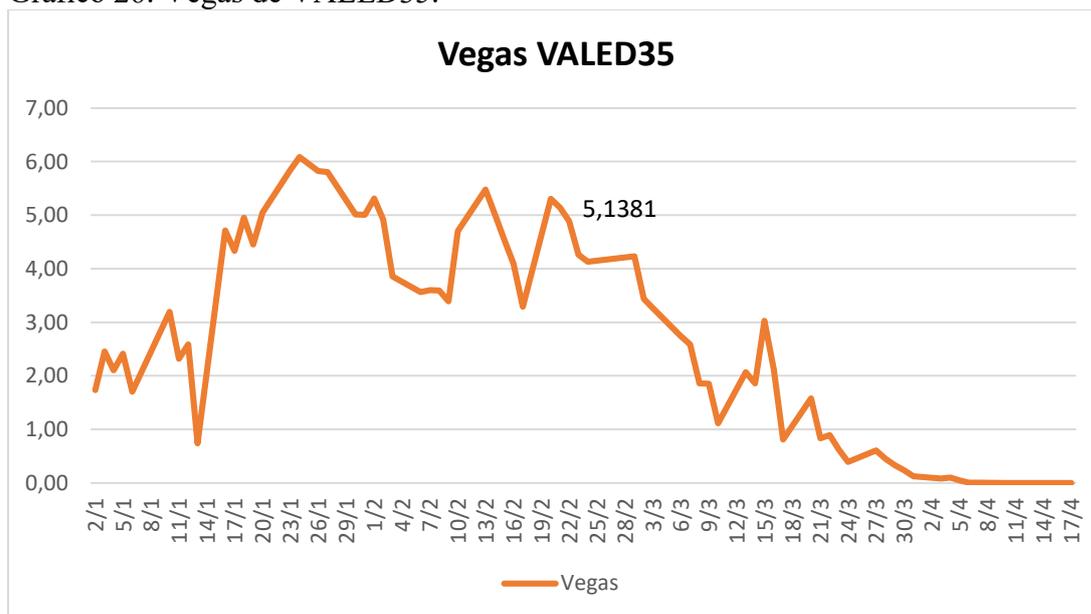
Gráfico 25: Thetas de VALED35.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O Vega foi de 5,1381, e pode ser considerado alto. Ele descreve o comportamento do prêmio da opção com variações na volatilidade. Vimos no Gráfico 16 a queda da volatilidade no período. A opção perde Vegas com a passagem do tempo – o valor tende a zero no vencimento se o contrato estiver fora do dinheiro. No Gráfico 26, observam-se os Vegas dessa opção.

Gráfico 26: Vegas de VALED35.



Fonte: Elaborado pelo autor.

7.4 – Volatilidades em ITUB4

As volatilidades também foram estudadas para Banco Itaú. As ações ITUB4 representam 10,96% do índice Bovespa, e estas ações estão entre as mais negociadas da bolsa. As ações do banco vinham de alta desde o final de dezembro de 2016, e a empresa informou que a divulgação dos resultados seria no dia 7 de fevereiro. A Figura 9 mostra os preços das ações e o volume negociado no período.

Figura 9: Preços e volume de ITUB4 de 11/2016 a 04/2017.



Fonte: Site <http://br.advfn.com>

Pode ser observado na Figura que o dia da divulgação dos resultados foi marcante – o fechamento do ano de 2016 não foi considerado melhor pelos investidores do que o fechamento do ano anterior. O principal índice financeiro que podemos observar para os bancos é o ROE (*Return on Equity*), que mede o percentual que se refere à capacidade de uma empresa em gerar valor utilizando os seus próprios recursos, que para o fechamento do ano de 2016 foi de 18,98% ante 22,93% no ano anterior. Na Tabela 35, são apresentados os valores para os ROE no período de 2013-2016.

Tabela 35: ROE para o Itaú.

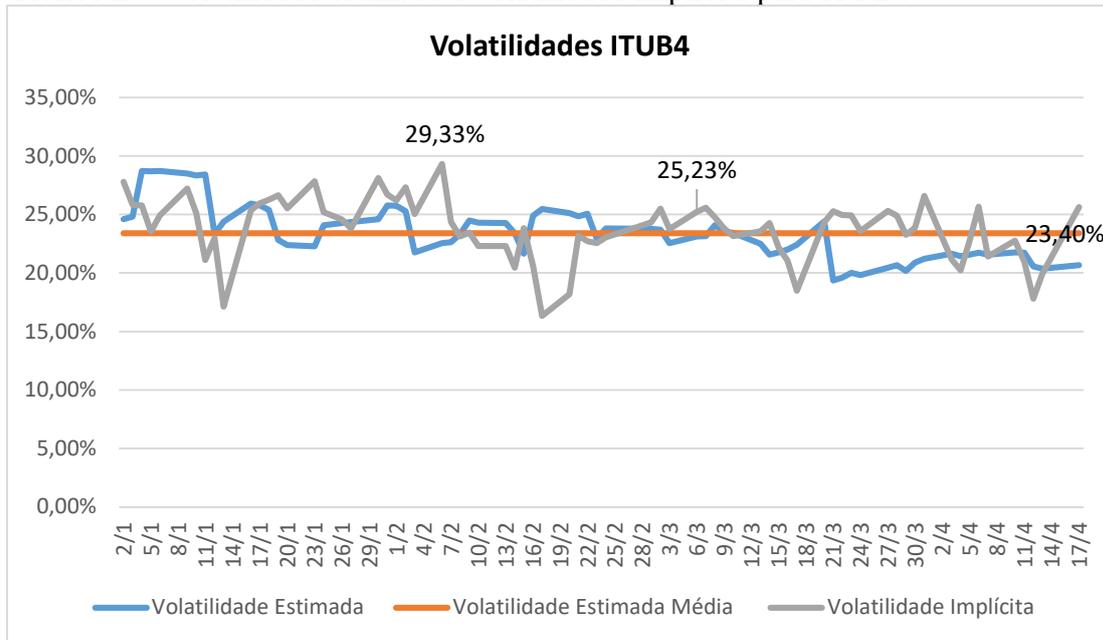
	2016	2015	2014	2013
ROE - Return on Equity	18,98%	22,93%	21,72%	19,73%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Apesar do volume de vendas, o valor da ação continuou subindo até encontrar uma resistência após os R\$ 41,60. Acompanhado o contrato (*call*) ITUBD13 com vencimento no dia 17 de abril de 2017 e preço de exercício em R\$42,82, observou que a volatilidade implícita estava alta devido às expectativas anteriores, sendo que a maior volatilidade foi no dia da divulgação dos resultados.

No Gráfico 27 foi utilizado o contrato ITUBD13 para a volatilidade implícita. No caso da volatilidade estimada, esta foi calculada pelo desvio-padrão anualizado dos retornos logarítmicos dos preços do ativo ITUB4 referente aos 21 pregões anteriores. Esse ativo, como observado, possui uma volatilidade relativa menor do que Petrobrás e Vale.

Gráfico 27: Volatilidade estimada e volatilidade implícita para ITUB4.



Fonte: Elaborado pelo autor.

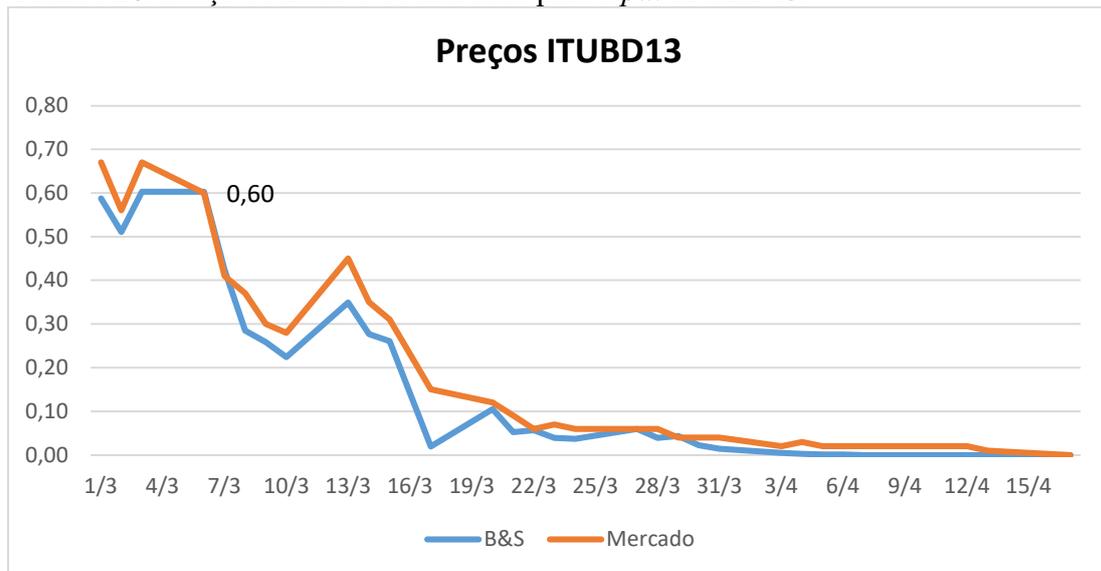
Com a divulgação dos resultados, podemos ver no Gráfico o aumento na volatilidade implícita do contrato entre o mês de janeiro e início de fevereiro, com a expectativa dos resultados da empresa. O contrato foi acompanhado e em março notou-se uma volatilidade implícita acima da média e uma volatilidade estimada abaixo da média, então foi testada uma operação de venda coberta.

No dia 6 de março, a *call* foi vendida por R\$ 0,60 – valor da última cotação das 16:00 horas. A ação estava cotada em R\$39,92, o *strike* era de R\$ 42,82, e o preço calculado por B&S também foi de R\$ 0,60. No dia 13 de abril, que foi o último dia para negociar a opção e um dia antes do vencimento, a operação foi desmontada comprando a *call* no mercado por 0,01 que representa um ganho para o investidor de 5.900% e a ação estava cotada em R\$. 37,12.

Contudo essa é uma operação que envolve muitos riscos. Diferente da posição comprado, em que temos um prejuízo máximo de 100% do montante investido na operação, na posição vendido o investidor poderá ter um prejuízo ilimitado, pelo fato de que a ação pode vir a subir muito. Vimos que quando a opção entra no dinheiro, ela fica mais cara, e caso a venda não fosse coberta pela ação o investidor teria que depositar margens diárias para cobrir os prejuízos. É comum ouvir no mercado histórias de investidores que “quebraram” ao operar vendido, visto que as opções permitem maior alavancagem.

O Gráfico 28 mostra o preço teórico calculado por B&S e o preço de fechamento de mercado da *call*. Podemos observar que as volatilidades nos dão uma referência para os preços da opção, o período faz uma análise do início de março até o vencimento do contrato em abril.

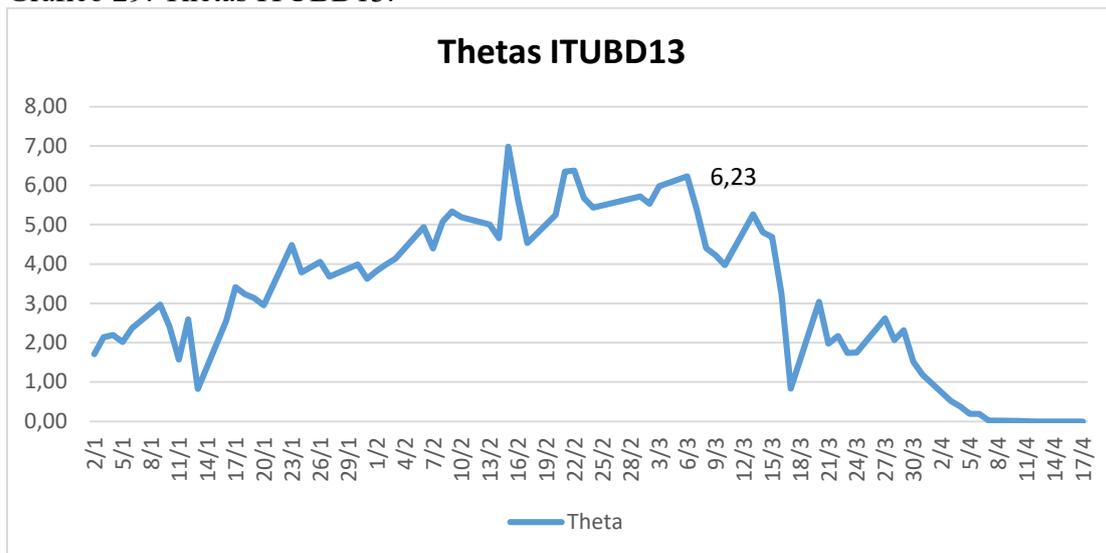
Gráfico 28: Preço de B&S e do mercado para a *put* ITUBD13.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na posição vendida, temos que inverter os sinais das medidas de sensibilidade ou letras gregas, na *call* o Theta da operação é positivo e foi de 6,23 calculado por B&S, medida de sensibilidade que mede a variação no prêmio da opção dada a passagem do tempo. Neste caso, o valor é alto para a opção fora do dinheiro e tende a diminuir com a aproximação do vencimento. Levando em consideração essa perda de valor no tempo o objetivo seria comprar a opção a um valor mais baixo próximo ao vencimento. No Gráfico 29, são apresentados os Thetas da opção do início de 2017 até o vencimento.

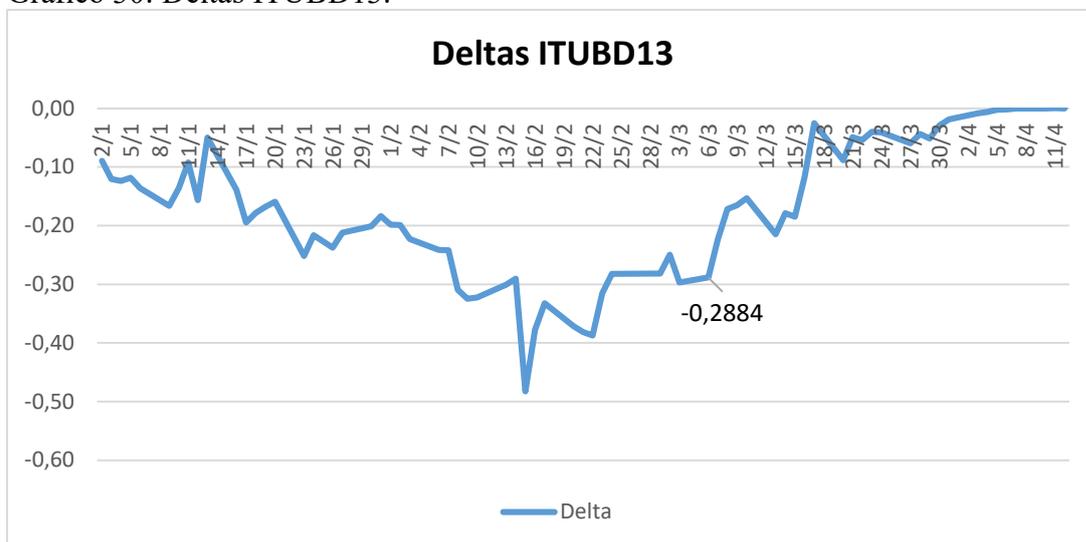
Gráfico 29: Thetas ITUBD13.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O Delta da operação vendida calculado por B&S foi de $-0,2884$ – a cada um real que a ação perder em seu preço a *call* irá desvalorizar-se em aproximadamente R\$ 0,28. No Gráfico 30, são apresentados os Deltas da opção no ano de 2017 até o vencimento.

Gráfico 30: Deltas ITUBD13.

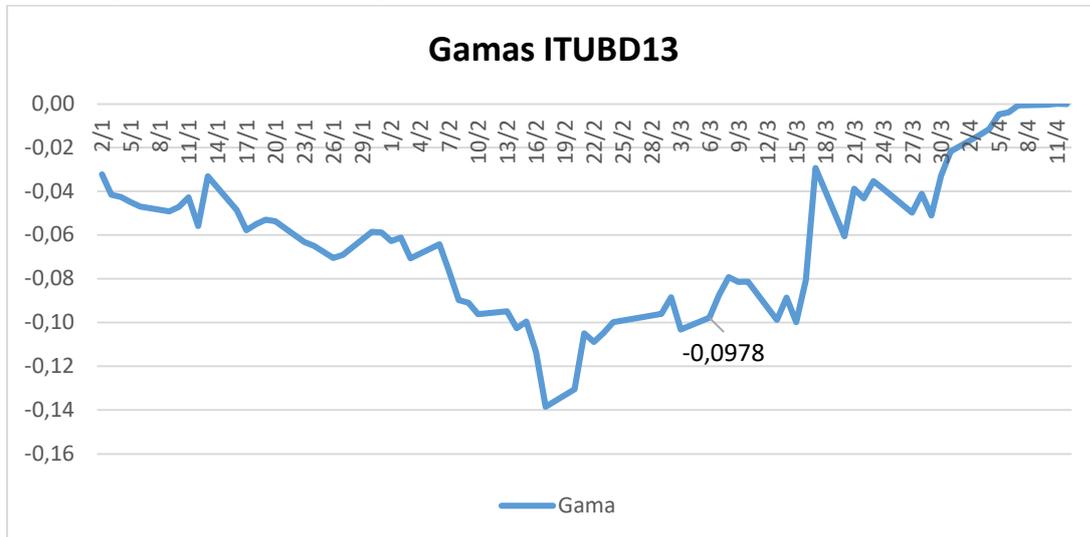


Fonte: Elaborado pelo autor.

O Gama da operação calculado por B&S foi $-0,0978$, que indica quantos Deltas a opção irá variar a cada R\$ 1,00 de variação no ativo objeto – é a velocidade com que a opção muda suas características. Quanto maior o Gama, mais o Delta irá variar. No Gráfico 31, são

apresentados os Gamas da opção de janeiro de 2017 até 17 de abril no vencimento do contrato.

Gráfico 31: Gamas ITUBD13.

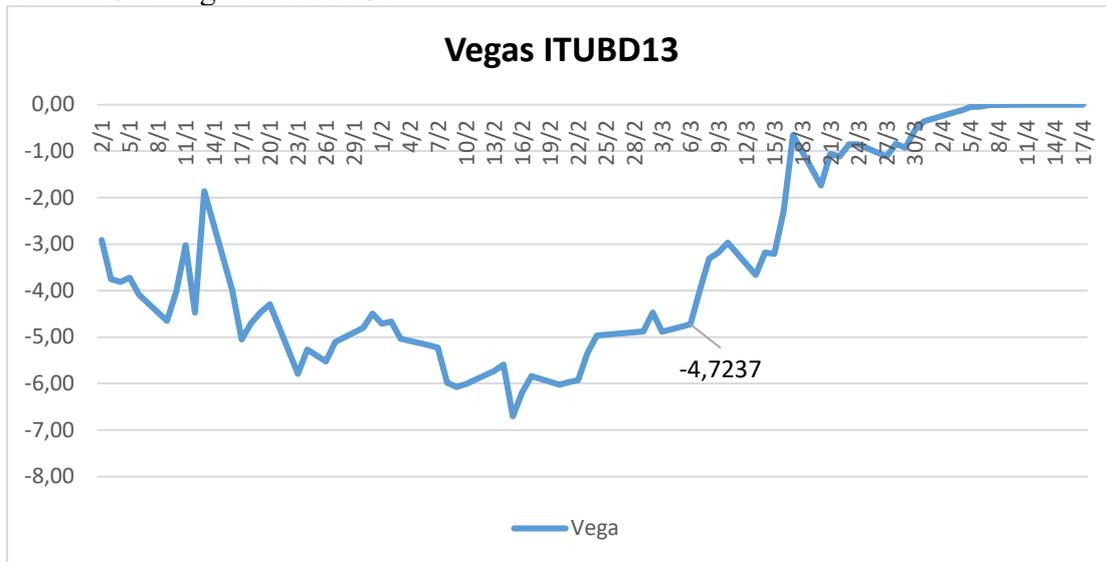


Fonte: Elaborado pelo autor.

O Vega na posição vendida na *call* tem sinal negativo e foi de $-4,7237$, e descreve o comportamento do prêmio da opção com variações na volatilidade. Se o Vega for alto em termos absolutos, o valor de uma opção será muito sensível a pequenas mudanças da volatilidade. Caso for baixo, mudanças na volatilidade terão pouco impacto no valor da opção. Após a passagem da divulgação dos resultados, o Vega tende a diminuir até o vencimento.

No Gráfico 32, são apresentados os Vegas da opção de janeiro até o vencimento do contrato no dia 17 de abril de 2017.

Gráfico 32: Vegas ITUBD13.



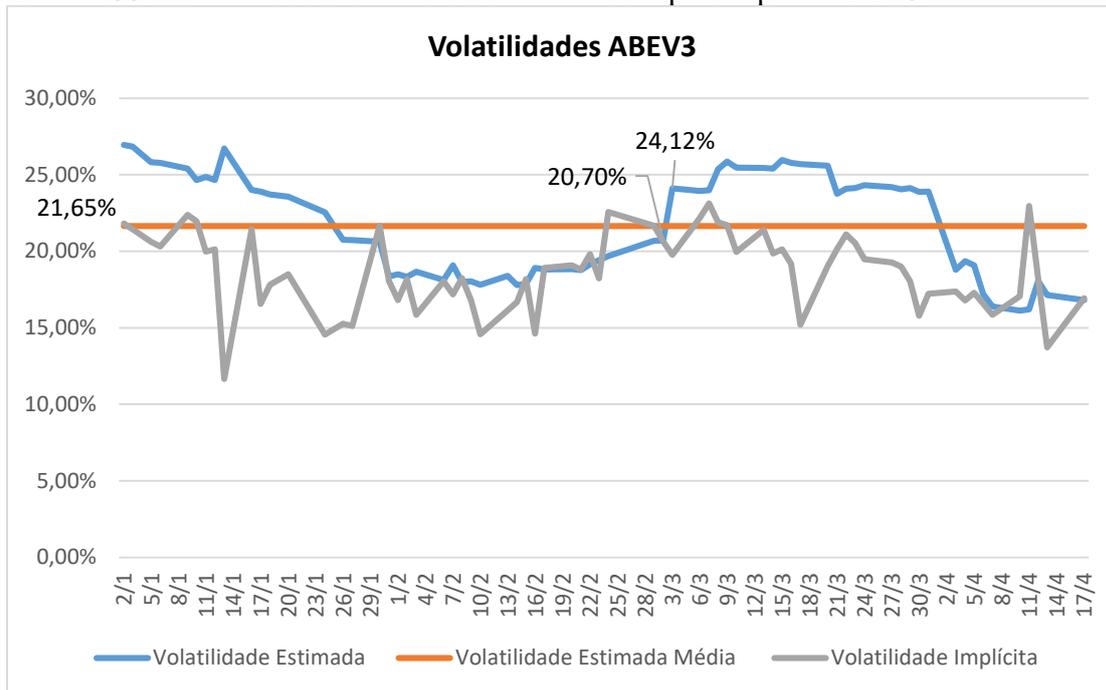
Fonte: Elaborado pelo autor.

7.5 – Volatilidades em ABEV3

As volatilidades foram calculadas para empresa de bebidas Ambev. As ações ABEV3 representam 6,9% do índice Bovespa, e a empresa teve sua divulgação de resultados no dia 2 de março.

No Gráfico 33 foi utilizado para a volatilidade implícita a *call* ABEVD79 com *strike* em R\$18,45, e para a volatilidade estimada anualizada, cada ponto de volatilidade foi calculado pelo desvio-padrão dos retornos logarítmicos dos preços do ativo ABEV3 referente aos 21 pregões anteriores.

Gráfico 33: Volatilidade estimada e volatilidade implícita para ABEV3.

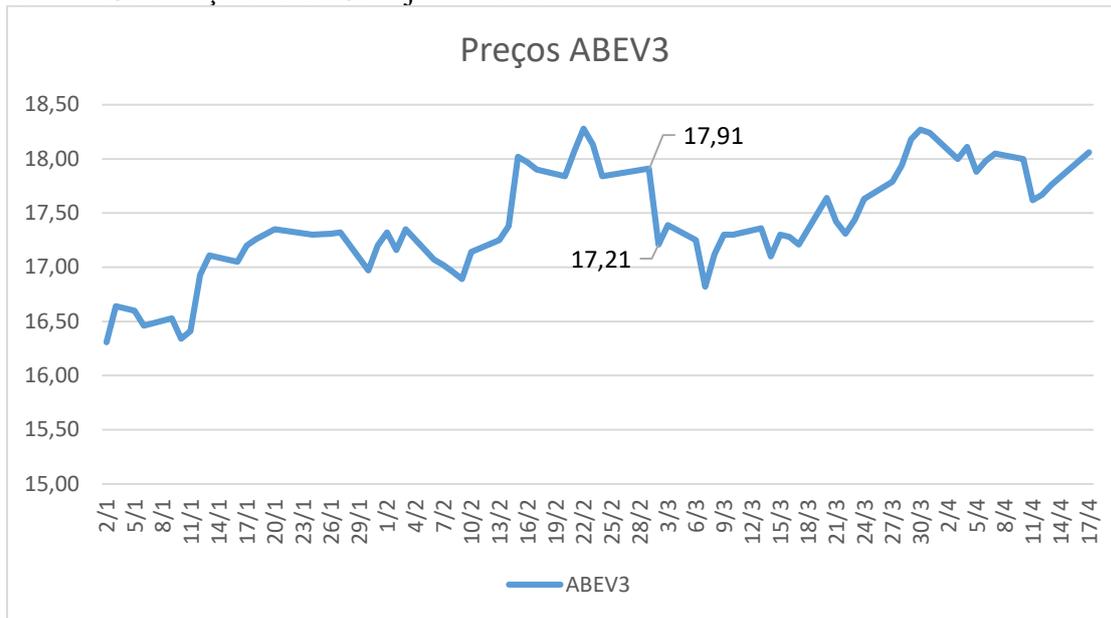


Fonte: Elaborado pelo autor.

Um dia antes da divulgação dos resultados, a volatilidade estimada estava em 22,50%, elevando-se para 23,15% no dia da divulgação. A volatilidade implícita foi se acumulando no mês de fevereiro pelas expectativas, porém as ações caíram quase 4% de acordo com os preços de fechamento, e a *call* desvalorizou-se 61%. Uma *put* (ABEVP78) que também estava sendo acompanhada com *strike* de R\$ 17,45 entrou no dinheiro – o preço da *put* subiu de R\$ 0,17 para R\$ 0,50, e valorizou-se 194% com a queda de 3,9% no valor da ação, que estava cotada a R\$ 17,91 no dia anterior, e a R\$ 17,21 no dia da divulgação dos resultados.

No Gráfico 34, são apresentados os preços de ABEV3 de janeiro a 17 de abril no vencimento da opção.

Gráfico 34: Preços ABEV3 de janeiro a abril.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Tabela 36, são apresentados alguns indicadores financeiros para a empresa Ambev. Nota-se que os resultados para o fechamento de 2016 não foram melhores do que os resultados do ano anterior.

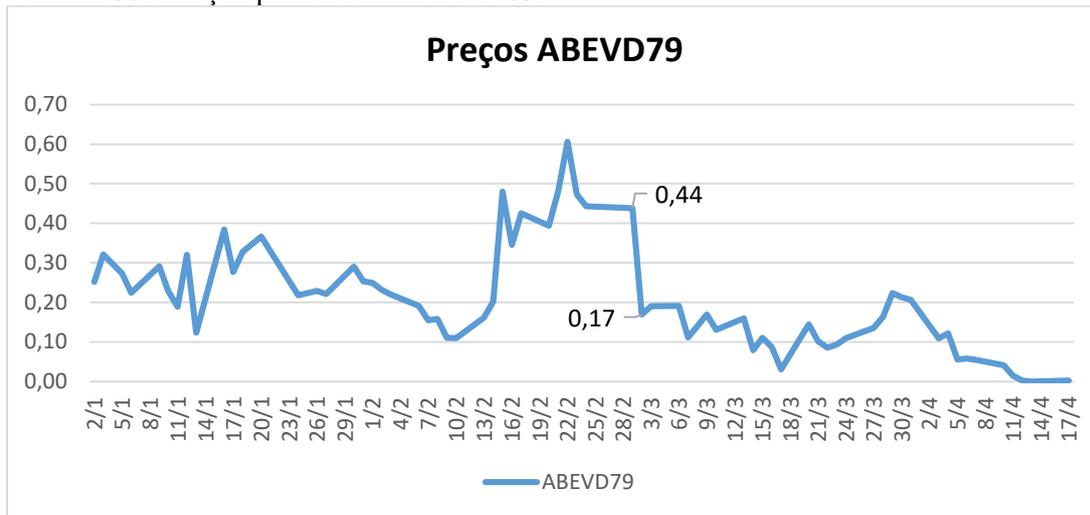
Tabela 36: Indicadores de resultados para Ambev.

	2016	2015	2014	2013
Receitas	45.602,56	46.720,14	38.079,79	35.079,11
*EBIT = LAJIR	17.100,38	18.781,59	15.843,98	15.442,19
*Depreciação	3.512,01	3.074,62	2.392,51	2.105,10
*EBITDA = LAJIDA	20.612,39	21.856,21	18.236,49	17.547,29
*Investimentos	-4.132,67	-5.261,23	-4.493,07	-3.810,31
*Capital de Giro	-9.415,82	-14.380,12	-10.543,32	-7.329,81

Fonte: Elaborado pelo autor. (*Em milhões)

Foi acompanhada a *call* por serem estas opções mais líquidas no mercado brasileiro, sendo também um fator que pode influenciar na volatilidade dos contratos, porém as opções da Ambev são pouco negociadas. Pode-se notar que a volatilidade implícita e a estimada pelo desvio padrão são bem mais baixas do que para Petrobrás, Vale e Itaú. No Gráfico 35, são apresentados os preços para esta *call*, que ficou fora do dinheiro e “virou pó” no vencimento.

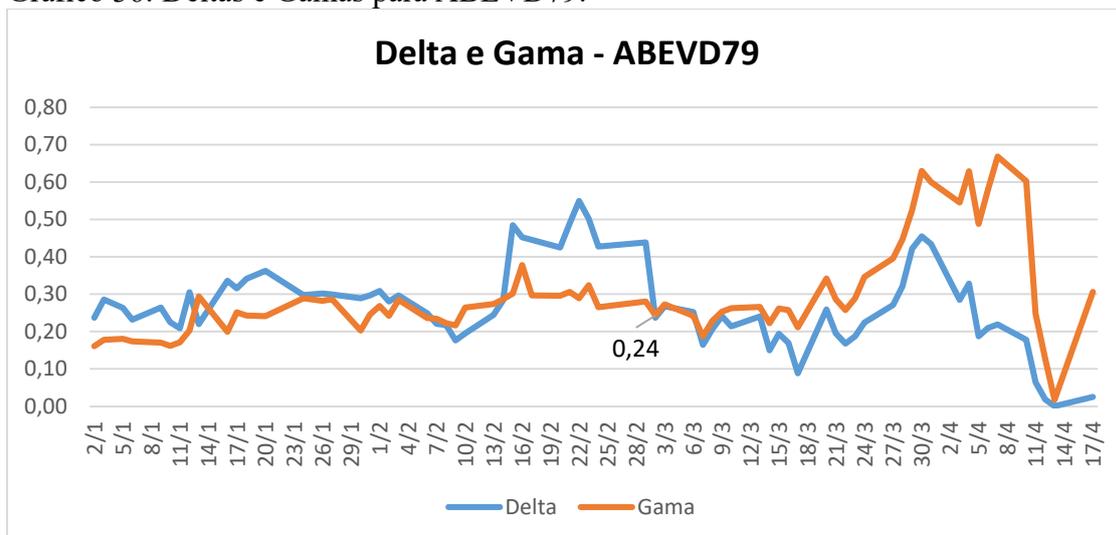
Gráfico 35: Preços para a call ABEVD79.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Foi obtido o mesmo Delta e Gama de 0,24 para o dia 2 de março de 2017, e pode ser observada a queda do Delta com a queda das ações, valor que estava em 0,44 no dia anterior. As ações voltaram a subir no final de março, temos aumentos no Delta e Gama. Conforme estudado, o Gama mede a velocidade do Delta e quanto maior o Gama mais o Delta poderá variar. No Gráfico 36, são apresentados os Deltas e os Gamas para a *call* de janeiro a 17 de abril no vencimento da opção.

Gráfico 36: Deltas e Gamas para ABEVD79.

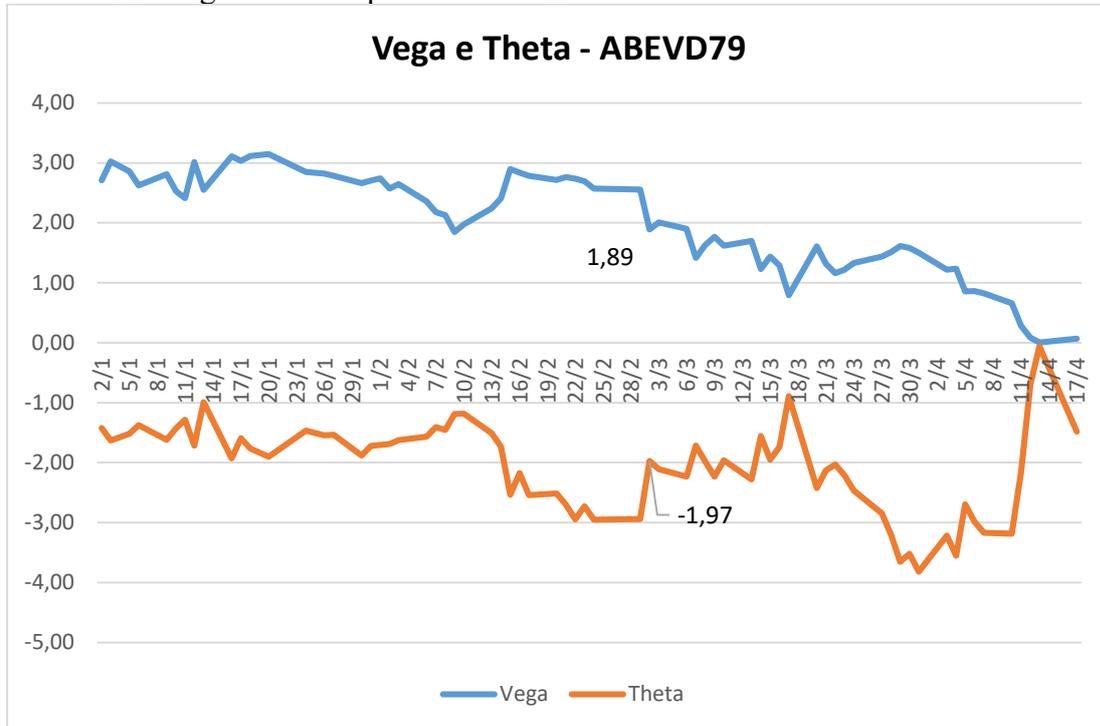


Fonte: Elaborado pelo autor.

O Theta da operação foi de $-1,97$ calculado por B&S – esta medida de sensibilidade mede a variação no prêmio da opção dada a passagem do tempo. Já o Vega foi de $1,89$ e descreve o comportamento do prêmio da opção com variações na volatilidade. Temos Vegas

bem mais baixos do que para as empresas anteriormente estudadas, e no Gráfico 33 a volatilidade implícita varia muito pouco. No Gráfico 37 são apresentados os Vegas e Thetas para essa *call*.

Gráfico 37: Vegas e Thetas para ABEVD79.



Fonte: Elaborado pelo autor.

7.6 – Volatilidades em BBAS3

As volatilidades também foram calculadas para a empresa Banco do Brasil, que teve sua divulgação dos resultados no dia 16 de fevereiro. A empresa não obteve uma melhora em seus indicadores financeiros – em 2016 o ROE ficou em 10,78% contra 20,70% do ano anterior. Na tabela 37, são mostrados estes indicadores para os quatro anos anteriores.

Tabela 37: ROE para o Banco do Brasil.

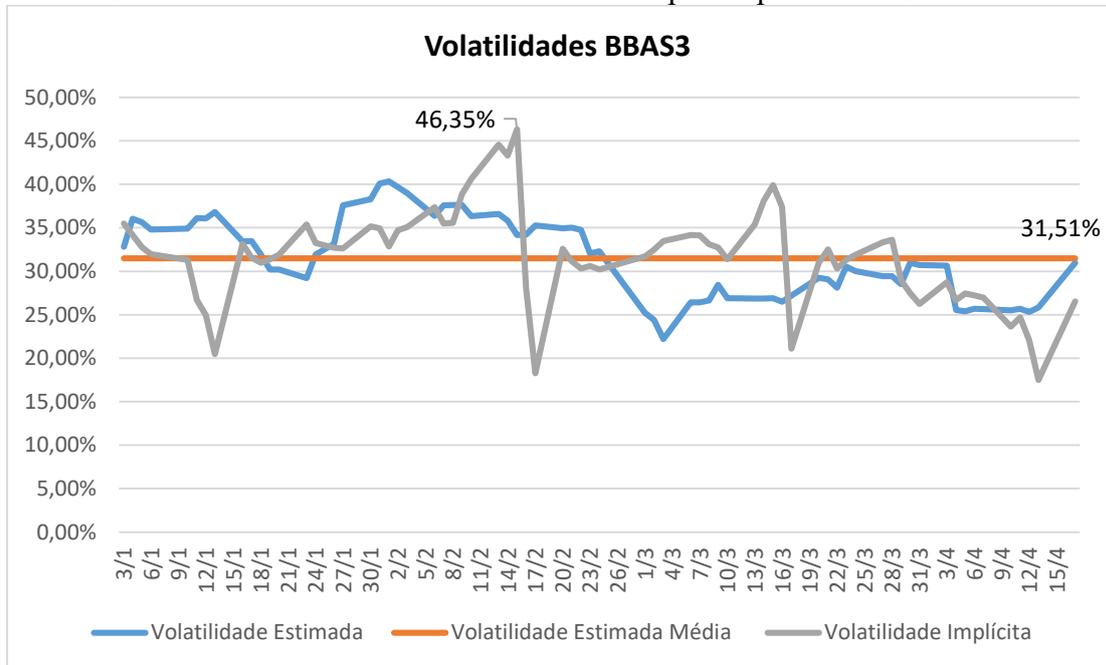
	2016	2015	2014	2013
ROE - Return on Equity	10,78%	20,70%	16,40%	25,84%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para a volatilidade implícita, a *call* BBASD36 com *strike* em R\$ 36,36 e vencimento em 17 de abril foi usada. Para a volatilidade estimada anualizada, foi calculado o desvio-

padrão dos retornos logarítmicos dos preços do ativo BBAS3 referente aos 21 pregões anteriores. No Gráfico 38, são apresentadas as volatilidades para BBAS3.

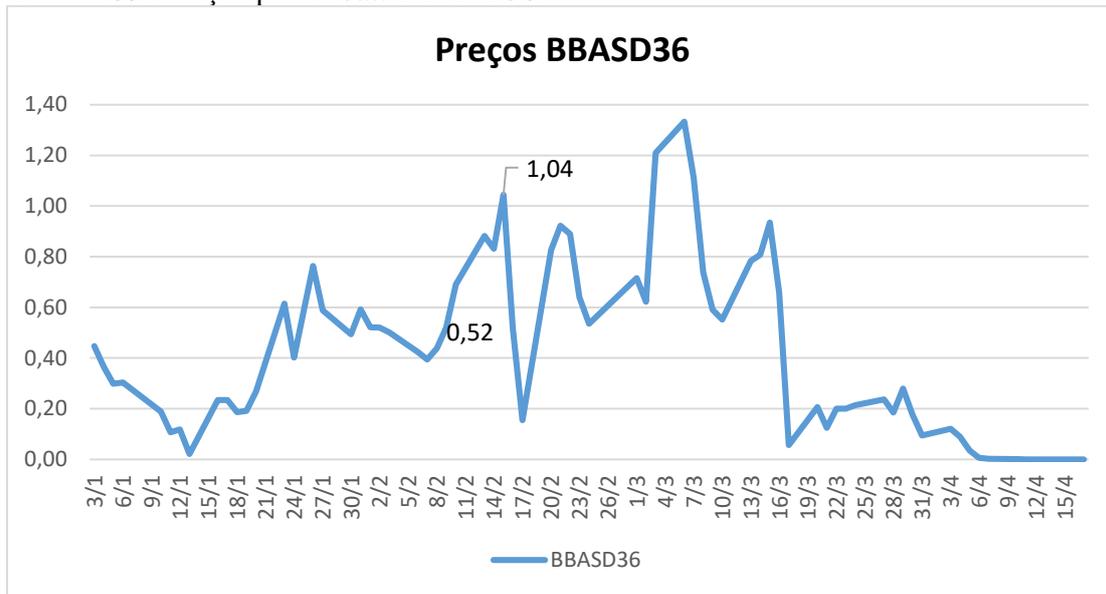
Gráfico 38: Volatilidade estimada e volatilidade implícita para BBAS3.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A volatilidade implícita obteve sua variação mais alta um dia antes da divulgação – esta começou a aumentar no final do mês de janeiro e início de fevereiro. A *call* obteve seu preço mais alto um dia antes dos resultados da empresa, e caiu 50% no dia seguinte. A ação tentou se recuperar no início de março, mas ficou em R\$ 32,02 no vencimento, e a *call* ficou fora do dinheiro e desvalorizou-se.

No Gráfico 39, temos os preços para a *call* BBAS36 no período de janeiro até 17 de abril no vencimento do contrato.

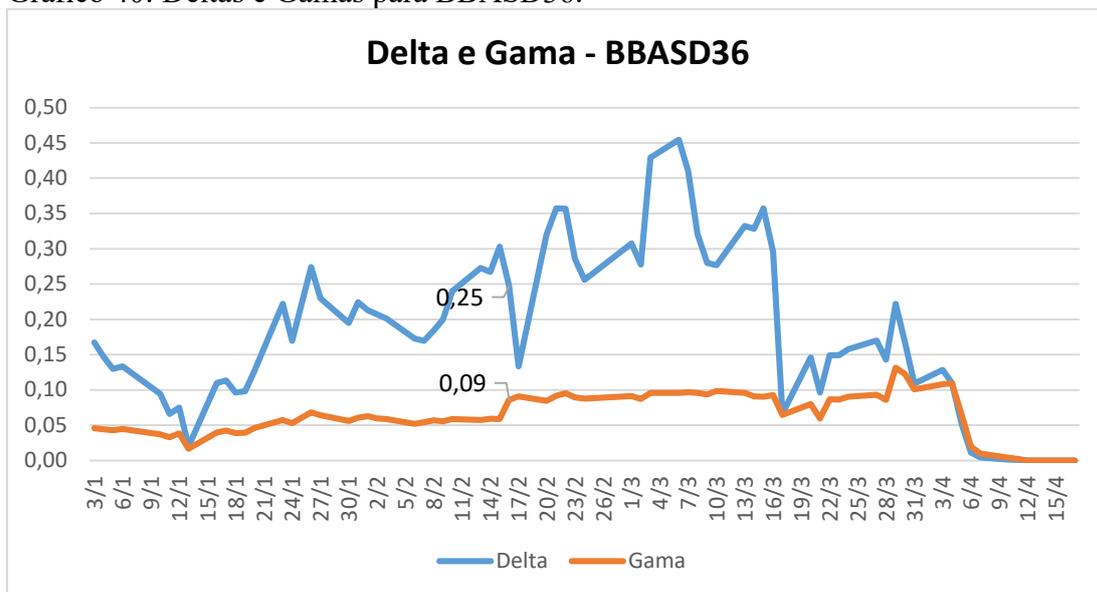
Gráfico 39: Preços para a *call* BBASD36.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O Delta, que mede a sensibilidade da opção em relação a variações no preço da ação, foi de 0,25, e o Gama, que mede a velocidade de variação do Delta, foi de 0,09 – quanto maior o Gama, mais o Delta poderá variar – temos um baixo Gama para essa opção.

No Gráfico 40 são apresentados os Deltas e os Gammas para a *call* de janeiro a 17 de abril no vencimento da opção.

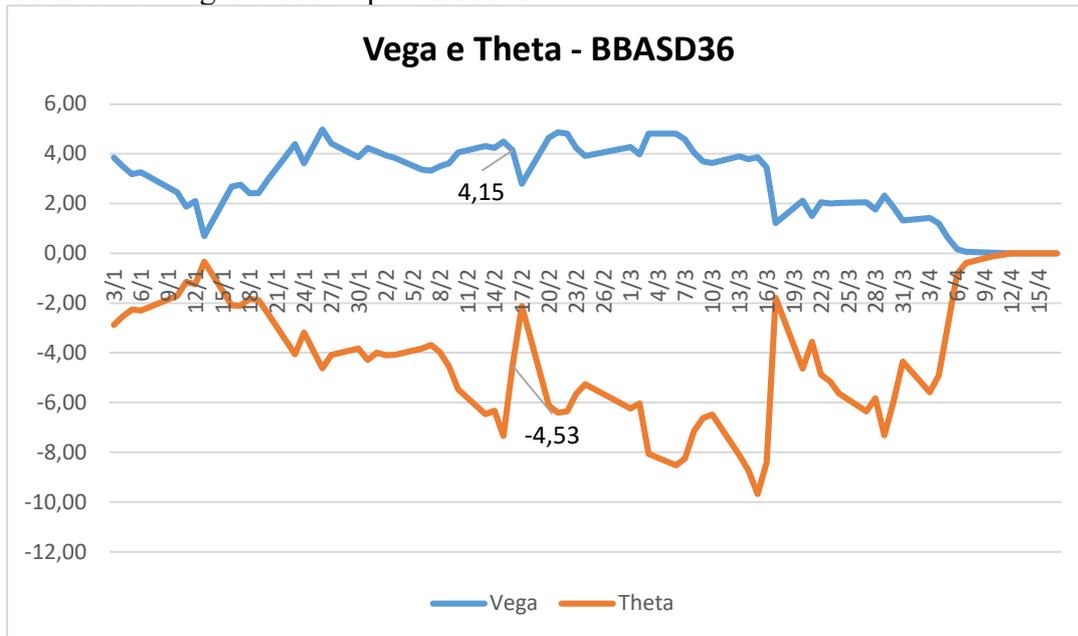
Gráfico 40: Deltas e Gammas para BBASD36.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O Theta que mede a sensibilidade de uma variação no prêmio da opção dada a passagem do tempo foi de $-4,53$ calculado por B&S. O Vega foi de $4,15$ e descreve o comportamento do prêmio da opção com variações na volatilidade – os valores foram altos para essa *call*. No Gráfico 41 abaixo, são apresentados os Vegas e Thetas para o contrato.

Gráfico 41: Vegas e Thetas para BBASD36.



Fonte: Elaborado pelo autor.

8 – CONCLUSÃO

Pode-se concluir que acompanhar, estudar e precificar as volatilidades é muito importante para entender melhor as opções, derivativos no geral e outros ativos, assim como calcular se seus preços são justos. Nota-se que com esses contratos é possível realizar diversas estratégias no mercado financeiro, desde uma estratégia de rendimentos, travas de alta ou baixa, estratégias de seguro de um portfólio ou carteira, entre outras.

São diversos fatores ou eventos que podem trazer volatilidade para os contratos ou ativos como as notícias sobre política, eleições presidenciais, *impeachment*, notícias sobre o mercado interno, políticas macroeconômicas, fatos relevantes das empresas, fusões e aquisições, número de negócios, volume negociado, as decisões das próprias empresas, preços de *commodities*, preço do petróleo no mercado internacional, a influência da China no preço do minério de ferro, a taxa de juros básica da economia ou até mesmo uma simples divulgação de resultados das empresas que são eventos marcados e divulgados quatro vezes ao ano.

Com os eventos inesperados como as crises, as bolhas e os cines negros, que costumam ter os maiores picos de volatilidade trazendo grandes impactos econômicos e financeiros, é possível acompanhar as volatilidades no Brasil e mercados de outros países, afim de tentar identificar possíveis distorções nos mercados, preços, contratos, índices, entre outros, objetivando melhores análises de risco e proteção de carteiras ou portfólios.

Pode-se também identificar as tendências do mercado visto que a volatilidade pode vir se acumulando por algum período de tempo com as expectativas e aproximação de um determinado evento antes de “estourar” e chegar em seu ponto mais alto no dia do evento, notando-se que a volatilidade tende a cair quando está muito alta.

O modelo de Black-Merton-Scholes se mostrou uma ferramenta estratégica muito eficiente para o cálculo das volatilidades e as opções são instrumentos de proteção muito importantes para um ativo ou até mesmo para grandes portfólios. Entender as medidas de sensibilidade ou letras gregas é fundamental na gestão do capital e do risco. Também notamos que o modelo de B&S generalizado pode ser utilizado para precificar outros ativos.

Podemos concluir que as opções irão conseguir acompanhar altas volatilidades e prevenir um investidor contra grandes perdas, por outro lado também podemos obter grandes retornos sabendo-se aproveitar das volatilidades e os eventos do mercado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BESSADA, Octavio, BARBEDO, Claudio, ARAÚJO, Gustavo. Mercado de Derivativos no Brasil: Conceitos, Operações e Estratégias. 1ª Ed. Rio de Janeiro: Record, 2005.

BLACK, Fischer, SCHOLES, Myron. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. University of Chicago, *The Journal of Political Economy*, Vol. 81, No.3 (May-Jun.1973) pag. 637-654. Disponível em <https://www.cs.princeton.edu/courses/archive/fall09/cos323/papers/black_scholes73.pdf> Acesso em 25/04/2017.

DAMODARAN, Aswath. *Valuation: Como Avaliar Empresas e Escolher as Melhores Ações*. [Reimpr.]. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

DEBASTIANI, Carlos Alberto. *Candlestick: Um Método para Ampliar Lucros na Bolsa de Valores*. 1ª Edição, 9ª Reimpr.(2016). São Paulo: Novatec, 2007.

ELTON, Edwin J. GRUBER, Martin J. BROWN, Stephen J. GOETZMANN, William N. Moderna Teoria de Carteiras e Análise de Investimentos. 1ª Ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

FAMA, Eugene F. The Behavior of Stock Market Prices. *Journal of Business*, Vol. 38, (Janeiro 1965) pag. 34-105. Disponível em <http://www.jstor.org/stable/2350752?seq=2#page_scan_tab_contents> Acesso em 03/06/2017.

FIGUEIREDO, Antonio Carlos. Introdução aos Derivativos. 2ª Ed. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

FRENCH, Kenneth R. Stock Returns and Weekend Effect. *Journal of Financial Economics*, Vol. 8, (Fevereiro 1980) pag. 55-69. Disponível em <https://umdrive.memphis.edu/cjiang/www/teaching/fir8-7710/paper/Stock_Returns_and_weekend_effect.pdf> Acesso em 21/06/2017.

FRENCH, Kenneth R, SCHWERT, G. William, STAMBAUCH, Robert F. Expected Stock Returns and Volatility. *Journal of Financial Economics*, Vol. 19 (Dezembro 1986) pag. 3-29. Disponível em <<http://schwert.ssb.rochester.edu/fss.pdf>> Acesso em 21/06/2017.

FRENCH, Kenneth R, ROLL, Richard. Stock Return Variances. *Journal of Financial Economics*, Vol. 17 (Janeiro 1986) pag. 5-26. Disponível em <<http://www-f5.anderson.ucla.edu/documents/areas/fac/finance/1986-3.pdf>> Acesso em 22/06/2017.

HULL, John C. Introdução aos Mercados Futuros e de Opções. 2ª Ed. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 1996.

HULL, John C. Fundamentos dos Mercados Futuros e de Opções. 4ª Ed. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2005.

HULL, John C. Opções, Futuros e Outros Derivativos. 9ª Ed. Porto Alegre: Bookman, 2016.

JONES, Charles M., KAUL, Gautam, LIPSON, Marc L. Information, Trading and Volatility. *Journal of Financial Economics*, Vol. 36 (Novembro 1993) pag. 127-154. Disponível em

<https://www0.gsb.columbia.edu/faculty/cjones/information_trading%20and%20volatility.pdf> Acesso em 22/06/2017.

MERTON, Robert C. Theory of Rational Option Pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol. 4, No. 1 (Spring, 1973) pag. 141-183. Disponível em <<http://robertcmerton.com/publication/theory-of-rational-option-pricing/>> Acesso em 25/04/2017.

RUBASH, Kevin. A Study of Option Pricing Models. Bradley University, *Foster College of Business Administration*. Peoria, Illinois, USA. Disponível em <<http://bradley.bradley.edu/~arr/bsm/model.html>>. Acesso em 29/04/2017.

SALINAS, Silvio R.A. Einstein e a Teoria do Movimento Browniano. Instituto de Física, Universidade de São Paulo, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, Vol. 7, nº 2, pag. 263-269. Disponível em <<http://www.scielo.br/pdf/rbef/v27n2/a13v27n2.pdf>> Acesso em 03/05/2017.

SANVICENTE, Antonio Zoratto. Derivativos. 1ª Ed. São Paulo: Publifolha, 2003.

SCHACHERMAYER, Walter, TEICHMANN, Josef. How Close Are The Option Pricing Formulas Of Bachelier And Black-Merton-Scholes?. Vienna University of Technology, *Institute of Mathematical Methods in Economics*, Vienna, Austria. Disponível em <<https://people.math.ethz.ch/~jteichma/finalversion071108.pdf>> Acesso em 29/04/2017.

SILVA NETO, Lauro De Araújo. Derivativos: Definições, Emprego e Risco. 2ª Ed. São Paulo: Atlas, 1998.

SILVA NETO, Lauro De Araújo, TAGLIAVINI, Massimo. Opções: Do Tradicional ao Exótico. 1ª Ed. São Paulo: Atlas, 1994.

Endereços consultados na Internet:

Bloomberg. Disponível em <<https://www.bloomberg.com>> Acesso em 17/04/2017.

Cotações Históricas do Índice Ibovespa
<http://www.bmfbovespa.com.br/pt_br/produtos/indices/indices-amplos/indice-ibovespa-ibovespa-estatisticas-historicas.htm> Acesso em 25/07/2017.

Dados Históricos de Derivativos. Disponível em
<<http://www2.bmf.com.br/Mais/Index.html?Idioma=pt-br>> Acesso em 22/07/2017.

Dados Históricos de Derivativos por pregão
<http://www.bmfbovespa.com.br/pt_br/servicos/market-data/historico/mercado-de-derivativos/pesquisa-por-pregao/> Acesso em 22/07/2017.

Opções em negociação. Disponível em <http://www.bmfbovespa.com.br/pt_br/servicos/market-data/consultas/mercado-a-vista/opcoes/> Acesso em 03/01/2017.

Série Histórica Taxa de Juros DI. Disponível em
<http://estatisticas.cetip.com.br/astec/series_v05/paginas/web_v05_template_informacoes_di.asp?str_Modulo=completo&int_Idioma=1&int_Titulo=6&int_NivelBD=2> Acesso em 04/07/2017.

Volatilidade Histórica dos Ativos. Disponível em <http://www.bmfbovespa.com.br/pt_br/servicos/market-data/consultas/mercado-a-vista/volatilidades-dos-ativos/> Acesso em 10/06/2017.

Circuit Breaker na Bolsa B3 <<https://exame.abril.com.br/mercados/ibovespa-cai-mais-de-10-e-circuit-breaker-e-acionado>> Acesso em 18/05/2017.

Notícias Vale <<http://www.valor.com.br/financas/4880000/acoes-de-vale-e-petrobras-caem-e-derrubam-indice-ibovespa/>> Acesso em 18/05/2017.

Notícias Petrobrás <<https://www.cartacapital.com.br/politica/lava-jato-corrupcao-na-petrobras-seguiu-ate-2016/>> Acesso em 18/05/2017.